

## II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Képzési szint	BSc	Tagozat	Nappali Levelező	Tanév/félév	2022/2023, 2
---------------	-----	---------	---------------------	-------------	-----------------

### Tantárgyleírás

<b>A tantárgy címe</b>	Lineáris algebra
<b>Tanszék</b>	Matematika és informatika
<b>Képzési program</b>	Középiskolai oktatás (Matematika)
<b>A tantárgy típusa, kreditértéke, óraszám (előadás/szeminárium/önálló munka)</b>	Típus (kötelező vagy választható): kötelező Kreditérték: 4 Előadás: 20 Szeminárium/gyakorlat: 20 Laboratóriumi munka: 0 Önálló munka: 80
<b>Tárgyfelelős oktató(k) (név, tudományos fokozat, tudományos cím, e-mail cím)</b>	Sztojka Miroszláv, PhD (fiz.-mat. tudományok kandidátusa), Matematika és Informatika Tanszékének docense, sztojka.miroszlav@kmf.org.ua
<b>A tantárgy előkövetelményei</b>	Középiskolai matematika
<b>A tantárgy általános ismertetése, célja, várható eredményei, főbb témakörei</b>	<p><b>A tantárgy általános ismertetése</b> A tantárgyi program BSc szintű képzéshez készült képzési terület: «01 Oktatás/Pedagógia» képzési szakirány 014 Középiskolai oktatás (Matematika). A program a kurzus koncepcióját, alapfogalmait, módszereit, ezek alkalmazásának lehetőségeit tartalmazza. A lineáris algebra elméletének megismerése jártasságot biztosít a komplex számok, lineáris egyenletrendszerek megoldásával, polinomok gyűrűjével, lineáris terek, kvadratikus alakokkal kapcsolatos feladatok megoldásában és előkészíti „Komplex analízis”, „Numerikus módszerek” című tantárgyak szükséges ismereteit.</p> <p>A kurzus <b>célja</b> a hallgatók új elméleti ismereteinek és gyakorlati készségeinek kialakítása, valamint a lineáris algebra elméletének alapvető módszereinek és eszközeinek elsajátítása.</p> <p><b>A kurzus során a hallgató által elsajátítandó általános és szakmai kompetenciák:</b> 3K 4. Hatékony döntéshozatali képesség a szakmai tevékenységben és felelősségteljes hozzáállás a</p>

kötelességekhez, motiválva az embereket egy közös cél elérésére (vezetői kompetencia).

3K 5. Képes új ötletek generálására, problémák azonosítására és megoldására, kezdeményezőkézség és vállalkozói készség (vállalkozói kompetencia).

3K 6. Képes különböző forrásokból származó információk keresésére, feldolgozására és elemzésére.

3K 7. Képes a problémák azonosítására, felállítására és megoldására.

ΦK 2. A tanulók oktatásának biztosításának képessége államnyelven.

ΦK 4. Képes a tanulók kritikai gondolkodásának fejlesztésére.

ΦK 6. Az információs térben való navigálás képessége, keres és kritikusan értékkel információkat és felhasználja azt szakmai tevékenységében.

ΦK 19. Az innovációk szakmai felhasználásának képessége tevékenység

ΦK 23. Tudományos megismerési módszerek alkalmazásának képessége az oktatási folyamatban.

**A program eredményei:** **II P 8.** Képes kialakítani ki a tanulóban azt a képességet, hogy elemezze, igazolja, bizonyítsa saját véleményét, kérdéseket tegyen fel, saját feltételezéseket alkosson, különbséget tegyen tények és sejtések között, összefoglalja az információkat

**II P 9.** A tanulók információs nyomásnak ellenálló képességének fejlesztése, a manipulációk tudatosítása

**II P 10.** A modern tudományos eredmények alapján formálja meg a tanulók matematikai elképzeléseit

**II P 12.** Használjon digitális eszközöket, azok alapszoftvereit, dolgozzon operációs rendszerekkel, online szolgáltatásokkal, alkalmazásokkal, fájlokkal, interneten

**II P 13.** Kritikusan értékelje az információforrások hitelességét és megbízhatóságát, valamint az információk hatását a tanulók tudatára és fejlődésére, valamint a döntéshozatalra

**II P 22.** Tudományos megismerési módszerek alkalmazása a pedagógiai tevékenységben, megfigyelés, elemzés, hipotézisek megfogalmazása, adatgyűjtés, kísérletek lefolytatása, eredmények elemzése és értelmezése, modellek létrehozása és azok hatékonyságának meghatározása.

**II P 24.** Képes tipikus matematikai feladatok megoldására

**II P 25.** Képes bemutatni a matematika és a számítástechnika főbb részeinek ismeretét

**II P 26.** A természet, a tudomány és a technológia különböző folyamatainak megértése

**II P 27.** Képes megoldani különböző nehézségfokú feladatokat a középiskolai matematikában

**II P 28.** Szakmai fejlődés megtervezése stratégiai és működési céljainak elérése érdekében

**A kurzus tematikája:**

**Modul 1.**

**1. A lineáris tér axiómái. Vektorok lineáris összefüggősége**

	<p>2. A tér bázisa és dimenziója. A vektor kifejtése a bázis szerint. Koordináták transzformációs képletei</p> <p>3. Lineáris terek izomorfizmusa. A lineáris tér alterei</p> <p>4. Műveletek alterekkel. Faktor-tér</p> <p>5. Lineáris terek lineáris leképezése</p> <p>6. A lineáris tér lineáris leképezései. Lineáris leképezés mátrixa. A lineáris leképezés különböző bázisban meghatározott mátrixai közötti összefüggés</p> <p>7. Műveletek a lineáris leképezésekkel és azok összefüggése a mátrixműveletekkel</p> <p>8. A mátrix és a lineáris transzformáció karakterisztikus polinomja.</p> <p><b>Modul 2.</b></p> <p>9. A lineáris leképezés sajátvektora és sajátértékei</p> <p>10. A lineáris leképezést tartalmazó lineáris tér felépítése</p> <p>11. <math>\lambda</math>-mátrixok</p> <p>12. Jordan-féle normálforma</p> <p>13. Euklideszi tér. Ortogonális vektorok. Gram-Schmidt ortogonalizációjának algoritmus</p> <p>14. Az Euklideszi tér elemének normája. Ortogonális komplementer az Euklideszi térben. A lineáris ortogonális és szimmetrikus leképezések.</p> <p>15. Kvadratikus alakok. Kvadratikus alak normálalakja. Pozitív definit kvadratikus alakok.</p>
--	--

<b>A tantárgy teljesítésének és értékelésének feltételei</b>	<p>Az BSc képzésben résztvevő hallgatók tanulmányi eredményei «Komplex analízis» tárgyból kredit alapú moduláris rendszerben kerül osztályozásra az alábbi táblázat alapján.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Tanulmányi összpontszám</th> <th rowspan="2">ECTS osztályzat</th> <th colspan="2">Osztályzat a nemzeti skála szerint</th> </tr> <tr> <th>vizsga, évfolyammunka és gyakorlat esetén</th> <th>beszámoló esetén</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>90 – 100</td> <td><b>A</b></td> <td>jeles</td> <td rowspan="5">megfelelt</td> </tr> <tr> <td>82-89</td> <td><b>B</b></td> <td rowspan="2">jó</td> </tr> <tr> <td>75-81</td> <td><b>C</b></td> </tr> <tr> <td>64-74</td> <td><b>D</b></td> <td rowspan="2">elégséges</td> </tr> <tr> <td>60-63</td> <td><b>E</b></td> </tr> <tr> <td>35-59</td> <td><b>FX</b></td> <td>elégtelen a pótvizsga lehetőségével</td> <td>nem felelt meg, a pótbeszámoló lehetőségével</td> </tr> <tr> <td>0-34</td> <td><b>F</b></td> <td>elégtelen, a tárgy újrafelvételén ek kötelezettségé vel</td> <td>nem felelt meg, a tárgy újrafelvételéne k kötelezettségé vel</td> </tr> </tbody> </table>	Tanulmányi összpontszám	ECTS osztályzat	Osztályzat a nemzeti skála szerint		vizsga, évfolyammunka és gyakorlat esetén	beszámoló esetén	90 – 100	<b>A</b>	jeles	megfelelt	82-89	<b>B</b>	jó	75-81	<b>C</b>	64-74	<b>D</b>	elégséges	60-63	<b>E</b>	35-59	<b>FX</b>	elégtelen a pótvizsga lehetőségével	nem felelt meg, a pótbeszámoló lehetőségével	0-34	<b>F</b>	elégtelen, a tárgy újrafelvételén ek kötelezettségé vel	nem felelt meg, a tárgy újrafelvételéne k kötelezettségé vel
Tanulmányi összpontszám	ECTS osztályzat			Osztályzat a nemzeti skála szerint																									
		vizsga, évfolyammunka és gyakorlat esetén	beszámoló esetén																										
90 – 100	<b>A</b>	jeles	megfelelt																										
82-89	<b>B</b>	jó																											
75-81	<b>C</b>																												
64-74	<b>D</b>	elégséges																											
60-63	<b>E</b>																												
35-59	<b>FX</b>	elégtelen a pótvizsga lehetőségével	nem felelt meg, a pótbeszámoló lehetőségével																										
0-34	<b>F</b>	elégtelen, a tárgy újrafelvételén ek kötelezettségé vel	nem felelt meg, a tárgy újrafelvételéne k kötelezettségé vel																										

	<p>A tudományterület oktatási anyagának hallgatók általi elsajátításának meghatározásához a következő tudáskontroll-módszereket alkalmazzuk:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) aktuális kontroll (a félév során előadások és gyakorlati órák alatt kell elvégezni, és a megszerzett pontok összegével értékelik): szóbeli feleltetés, önálló, tesztek, egyéni feladatok stb. (10 pont minden tartalmi modulért);</li> <li>2) aktuális modulkontroll (az egyes tartalmi modulok tanulmányozása után, az aktuális modul figyelembevételével): modulzáró dolgozat (minden modulzáró dolgozat 20 pont);</li> <li>3) Félévvégi kontroll: vizsga (40 pont).</li> </ol> <p>A vizsgához engedés feltételei: a gyakorlatok és előadások látogatása, az esetleges hiányzások ledolgozása; az évközi kontroll teljesítése legalább 60%-ra.</p> <p>A tanulmányi eredmények mérésére, általában, a következő módszerekkel történik:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- szóbeli (egyéni feladatok, frontális felelés);</li> <li>- írásbeli (egyéni házi feladat, modulzáró dolgozat; önértékelés)</li> </ul>
<p><b>A tantárggyal kapcsolatos egyéb tudnivalók, követelmények</b></p>	<p>Az oktatási feladatok, a tanulási eredmények aktuális és félévvégi kontroll ellenőrzésének feladatai önálló elvégzése (a specifikus oktatási igényű személyek esetében ezt a követelményt egyéni igényeik és lehetőségeik figyelembevételével alkalmazzuk). Hivatkozások információforrásokra: ötletek, fejlesztések, nyilatkozatok, információk felhasználása esetén. Megbízható információk nyújtása saját oktatási (tudományos, kreatív) tevékenységeik eredményeiről, alkalmazott kutatási módszerekről és információforrásokról. Az előadás igazoltan elmulasztott témájának történő elsajátítása az aktuális kontroll során ellenőrizzük. Az előadás igazolatlan okból történő kihagyását a hallgató a tanszék követelményeinek megfelelően, a tanszék ülésén kitűzött követelményeknek megfelelően dolgozza le (szóbelileg, referátum stb.). A kihagyott gyakorlati órák, az igazoltságtól függetlenül, a hallgató a konzultáció rendjének megfelelően dolgozza le. Az aktuális nem kielégítő osztályzatokat, melyeket a hallgató a gyakorlati órán elsajátított az adott téma tanulása során, átteszi a tanárnak, aki a aktuális kontroll előtt a tanulmányi csoport naplójában kötelező jelöléssel vezeti.</p>
<p><b>A tantárgy alapvető irodalma és digitális segédanyagok</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>Alapművek</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Тимченко Г.М., Одинцова О.В., Мазур О.С. Кириллова Н.О. Стислий курс вищої математики. Частина 1.: Аналітична геометрія та елементи лінійної алгебри // – Київ: Кондор. – 2016.</i></li> </ol>

2. Турчанінова Л.І., Доля О.В. Практикум із вищої математики: Навчальний посібник// – Київ: Кондор. – 2007.
3. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия, Часть 1 // – Минск: Амалфея.– 2001.
4. Gaál I. Lineáris algebra // – Kosuth Egyetem kiadó. – 2003.
5. Bódi Béla Az algebra alapjai // – Ungvár: PoliPrint kiadó. – 2010.
6. Sztojka Miroszláv Felsőbb algebra. Gyakorlat támogató jegyzet. Beregszász. 2018. Old. 114.

<https://felsobbalgebra.blogspot.com/>

7. Sztojka Miroszláv Algebra I. Jegyzet. Beregszász. 2019. Old. 100.

<https://felsomatematika.webnode.hu/szolgaltatasok/>

#### **Kiegészítő olvasmányok**

1. Завало С. Т. Курс алгебры. – К.: Вицашкола, 1985.
2. Puskás Csaba, Szabó Imre, Tallos Péter Lineáris algebra. Jegyzet  
<http://mek.oszk.hu/00800/00860/00860.pdf>
3. Nagy Attila Lineáris algebra. Egyetemi jegyzet  
<http://math.bme.hu/~nagyat/linalgjegyzet.pdf>
4. В. В. Булдигин, І. В. Алексеева, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова Лінійна алгебра та аналітична геометрія / Київ: ТВіМС. – 2011

<http://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf>