ЗАКАРПАТСЬКИЙ УГОРСЬКИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ФЕРЕНЦА РАКОЦІ ІІ
II. RÁKÓCZI FERENC KÁRPÁTALJAI MAGYAR FŐISKOLA

Кафедра математики та інформатики
Matematika és Informatika Tanszék

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ ЧАСТИНА ІІІ./ MÓDSZERTANI ÚTMUTATÓ ELEMI MATEMATIKÁHOZ III. RÉSZ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ / MÓDSZERTANI ÚTMUTATÓ
до практичних (семінарських) занять / gyakorlati (szemináriumi) foglalkozásokhoz

Елементарна математика / Elemi matematika
(назва навчальної дисципліни / a tantárgy neve)

Перший (бакалаврський) / Alapképzés (BSc)
(ступінь вищої освіти / felsőoktatás szintje)

01 Освіта/Педагогіка / 01 Oktatás/Pedagógia
(галузь знань / képzési ág)

Середня освіта (Математика) / Középiskolai oktatás (Matematika)
(освітня програма / képzési program)

Берегове / Beregszász
2022 р. / 2022

Методичні вказівки «Методичні вказівки до елементарної математики частина III. / Módszertani útmutató elemi matematikához III. rész» призначаються для більш ефективної організації роботи на практичних заняттях з дисципліни «Елементарна математика» здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, другого курсу денної та заочної форми навчання, які навчаються на спеціальності(спеціалізації) «014 Середня освіта (Математика)». Основна мета методичному вказівнику – це підвищити загальну математичну культуру студентів, навчити їх розв'язувати завдання шкільного курсу математики поглибленого і підвищеного рівнів; поглибити, систематизувати знання, отримані в школі; розвинути творчий підхід до розв'язання нестандартних завдань.

Затверджено до використання у навчальному процесі
на засіданні кафедри математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці ІІ
(протокол № 1 від 26 серпня 2022 року)

Розглянуто та рекомендовано Радою із забезпечення якості вищої освіти
Закарпатського угорського інституту ім. Ф. Ракоці ІІ
(протокол № 1 від «10» жовтня 2022 року)

Рекомендовано до видання в електронній формі (PDF)
рішенням Вченої ради Закарпатського угорського інституту ім. Ф. Ракоці ІІ
(протокол № 7 від «13» жовтня 2022 року)

Підготовлено до видання в електронній формі (PDF) кафедрою математики та інформатики
спільно з Видавничим відділом Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці ІІ

Розробники методичних вказівок:

Дезидер ПОЛЛОЇ – старший викладач кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці ІІ

Адам ДОРОВЦІ – асистент кафедри математики та інформатики туризму Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці ІІ

Рецензенти:

Марія БОРТОШ – кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри алгебри та диференціальних рівнянь Ужгородського Національного Університету

Каталін КУЧІНКА – кандидат фіз.-мат. наук, завідувач кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці ІІ

Відповідальні за випуск:

Мирослав СТОЙКА – доцент; Кандидат фізико-математичних наук, доцент Кафедра математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці ІІ

Олександр ДОБОШ – начальник Видавничого відділу ЗУІ ім. Ф.Ракоці ІІ

За зміст методичних вказівок відповідальність несуть розробники.

Видавництво: Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці ІІ (адреса: пл. Кошута 6, м. Берегове, 90202. Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua)

© Дезидер Поллої, Адам Доровці, 2022
© Кафедра математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці ІІ, 2022

A „Методичні вказівки до елементарної математики частина III. / Módszertani útmutató elemi matematikához III. rész” című módszertani útmutató az alapképzés (BSc) „Középiskolai oktatás (Matematika)” című képzési programja alapján lett kidolgozva nappali és levelező tagozatos hallgatók részére. A módszertani segédlet célja a hallgatók általános matematikai kultúrájának növelése, megtanítani az iskolai matematika tantárgy emelt színtű feladatainak megoldására, összefoglalni és rendszerezni a hallgatók számára az „Elemi matematika” című tantárgy keretein belül elsajátítandó ismereteket.

Az oktatási folyamatban történő felhasználását jóváhagyta
a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszéke
(2022. augusztus 26., 1. számú jegyzőkönyv).

Megjelentetésre javasolta a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola
Minőségbiztosítási Tanácsa
(2022. október 10., 1. számú jegyzőkönyv).

Elektronikus formában (PDF fájlformátumban) történő kiadásra javasolta
a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Tudományos Tanácsa
(2022. október 13., 7. számú jegyzőkönyv).

Kiadásra előkészítette a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola
Matematika és Informatika Tanszéke, valamint Kiadói Részlege.

A módszertani útmutató kidolgozói:

PALLAY Dezső – a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszékének adjunktusa

DARÓCI Ádám – a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszékének asszisztense

Szakmai lektorok:

Dr. BARTOS Mária – PhD, a fizika-matematika tudományok kandidátusa, az Ungvári Nemzeti Egyetem algebra és differenciális egyenletek tanszékének docense

Dr. KUCSINKA Katalin – PhD, a fizika-matematika tudományok kandidátusa, a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszékének tanszékvezetője

A kiadásért felelnek:

SZTOJKA Miroszláv – PhD, a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszékének docense és tanszékvezető helyettese

DOBOS Sándor – a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Kiadói Részlegének vezetője

A segédlet tartalmáért kizárólag a módszertani útmutató kidolgozói felelnek.

Kiadó: a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola (cím: 90 202, Beregszász, Kossuth tér 6. E-mail: foiskola@kmf.uz.ua)

© Pallay Dezső, Daróci Ádám, 2022
© A II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszéke, 2022

TARTALOM

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА 6
RÖVID ISMERTETŐ 7
1. TÉRMÉRTANI SZÁMÍTÁSOK 8
1.1. KIDOLGOZOTT FELADATOK 12
1.2. BEGYAKORLÓ FELADATOK 17
2. FÜGGVÉNYEGYENLETEK 21
2.1. BEGYAKORLÓ FELADATOK 22
IRODALOMJEGYZÉK 24

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Методичний вказівник розроблений для студентів Закарпатського Угорського Інституту ім. Ференца Ракоці ІІ., які згідно навчального плану вивчають дисципліну «*Елементарна математика*» на другому курсі спеціальності *014 Середня освіта (Математика)*.

Мета видання: Підвищити загальну математичну культуру студентів, навчити їх розв'язувати завдання шкільного курсу математики поглибленого і підвищеного рівнів; поглибити, систематизувати знання, отримані в школі; розвинути творчий підхід до розв'язання нестандартних завдань.

Вивчення елементарної математики сприяє розвитку передусім таких ***програмних компетентностей***:

- Загальних:
    - ЗК 1. Здатність розвивати учнів критичного мислення
    - ЗК 3. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
    - ЗК 4. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, застосовувати знання у практичних ситуаціях.
    - ЗК 8. Навички використання інформаційний і комунікаційних технологій.
    - ЗК 15. Здатність до адаптації та дії в новій ситуації
- Фахових:
    - ФК 1. Здатність до використання математичних методів і моделей в освіті/педагогіці
    - ФК 2. Здатність до самоосвіти, самовдосконалення, самореалізації в професійній діяльності та до конкурентної спроможності на ринку праці.

Вивчення кліматичних класифікацій сприяє досягненню передусім таких ***програмних результатів навчання***:

- ПР2. Здійснювати перетворення даних з різних джерел за допомогою інформаційних процесів, використовувати цифрові технології в освітньому процесі в галузі освіти/педагогіки.
- ПР3. Застосувати методологію і методику, цифрові технології наукових досліджень в галузі освіти/педагогіки, предметних спеціальностях середньої освіти-інформатиці та математиці.
- ПР5. Képes megérteni az információ biztonság a jogi információk, valamint az adatvédelmi és szellemi tulajdonjogoknak tartalmát és alapvető tulajdonságait

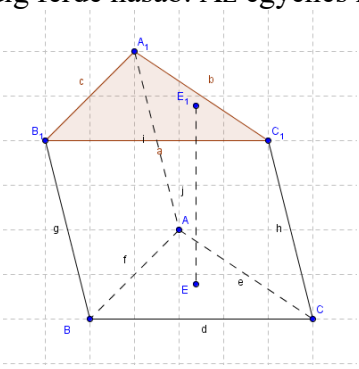
RÖVID ISMERTETŐ

A módszertani útmutató a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola második évfolyamos *014 Középiskolai oktatás (Matematika)* szakos hallgatói számára készült, akik a tantervnek megfelelően előadásokon és gyakorlati foglalkozások keretében tanulják az *Elemi Matematika* című tantárgyat.

A módszertani segédlet célja a hallgatók általános matematikai kultúrájának növelése, megtanítani az iskolai matematika tantárgy emelt színtű feladatainak megoldására, összefoglalni és rendszerezni a hallgatók számára az „Elemi matematika" című tantárgy keretein belül elsajátítandó ismereteket.

1. TÉRMÉRTANI SZÁMÍTÁSOK

A **hasáb** olyan poliéder, amelynek két párhuzamos lapja egymással egybevágó sokszög, a többi lapja pedig paralelogramma. Úgy is felfogható, hogy a hasáb az alapsokszög párhuzamos eltolása során keletkezik, ha az eltolást egy olyan egyenes mentén végezzük, amely nem a sokszög síkjában fekszik. Ha a párhuzamos eltolás az alapsokszög síkjára merőleges egyenes mentén történik, akkor a hasáb egyenes hasáb lesz, más esetben pedig ferde hasáb. Az egyenes hasáb oldallapjai téglalapok.

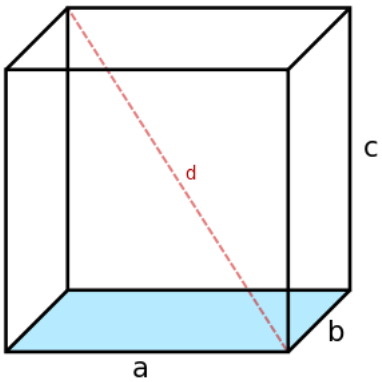


Oldalfelszín: az oldallapok területeinek összege.

Teljes felszíne: $S_{tf} = 2S_a + S_o$

Térfogata: $V = S_a \cdot h = S_{ABC\Delta} \cdot EE_1$

A **téglatest** téglalap alapú egyenes hasáb. Hat téglalap határolja. A téglatest egy derékszögű paralelepipedon. A téglatest élszögei és lapszögei egyaránt derékszögek.



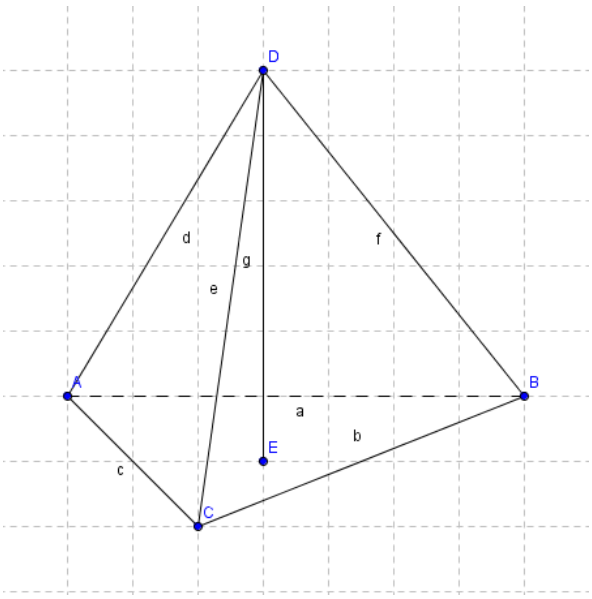
Oldalfelszín: $S_o = 2(ac + bc) = 2(a + b)c$.

Teljes felszíne: $S_{tf} = 2S_a + S_o = 2ab + 2(a + b)c = 2(ab + ac + bc)$.

Térfogata: $V = abc$.

A **gúla** vagy **piramis** olyan geometriai test, amelynek alaplapja n oldalú sokszög, palástja pedig olyan háromszögekből áll, amelyeknek egy közös, nem az alaplap síkjába eső csúcsuk van, és az ezzel a csúccsal szemben levő oldalaik egyben az alapsokszög oldalai.

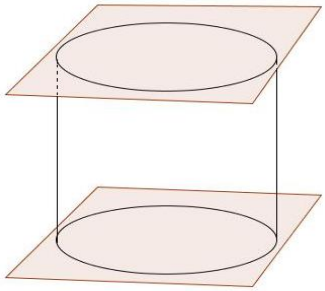
A gúla lapjainak és csúcsainak száma egyaránt n+1, ahol n az alap oldalainak száma. Éleinek száma 2n.



Oldalfelszín: az oldallapok területeinek összege.
Teljes felszíne: $S_{tf} = S_a + S_o$.

Térfogata: $V = \frac{1}{3} S_a \cdot h = \frac{1}{3} S_{ABC\Delta} \cdot ED$.

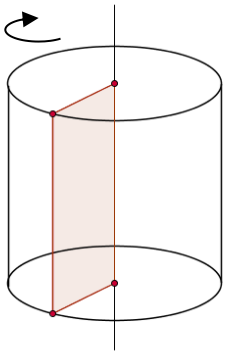
Hengernek (pontosabban körhengernek) nevezzük azt a testet, amely két, párhuzamos eltolással egymásba vihető körlapból és mindazokból a szakaszokból áll, amelyek a körlapok megfelelő pontjait összekötik.



A körlapokat *a henger alapjainak,* a körlapokat határoló körvonalak pontjait összekötő szakaszokat pedig *a henger alkotóinak* nevezzük. Ugyanúgy bizonyítható, mint a hasáb esetében, hogy a *henger alapjai egybevágók* és *párhuzamos síkokban fekszenek.* Mint a hasábra, úgy *a hengerre is érvényes, hogy alkotói párhuzamosak* és *egyenlők.* A henger felülete a henger alapjaiból, valamint oldalfelületéből (palástjából) áll. Az oldalfelülete pedig alkotókból áll.

A hengert *egyenesnek* mondjuk, ha alkotói merőlegesek az alaplapok síkjára. A továbbiakban csak egyenes hengerrel fogunk foglalkozni, és egyszerűen hengernek fogjuk nevezni.

Az egyenes hengert olyan testnek tekinthetjük, amelyet egy téglalapnak az egyik oldalát tartalmazó tengely körüli forgatásával kapunk.(2. ábra)

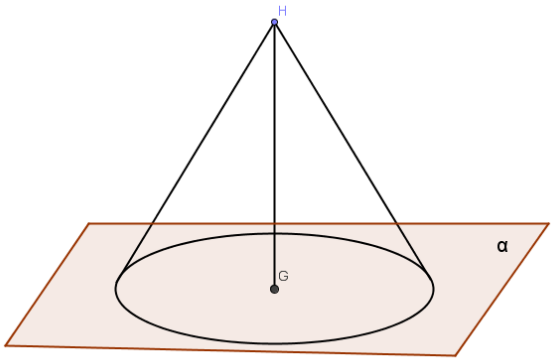


Oldalfelszín: $S_o = 2\pi RH$.

Teljes felszíne: $S_{tf} = 2S_a + S_o = 2\pi R^2 + 2\pi RH = 2\pi R(R+H)$.

Térfogata: $V = S_a \cdot H = \pi R^2 H$.

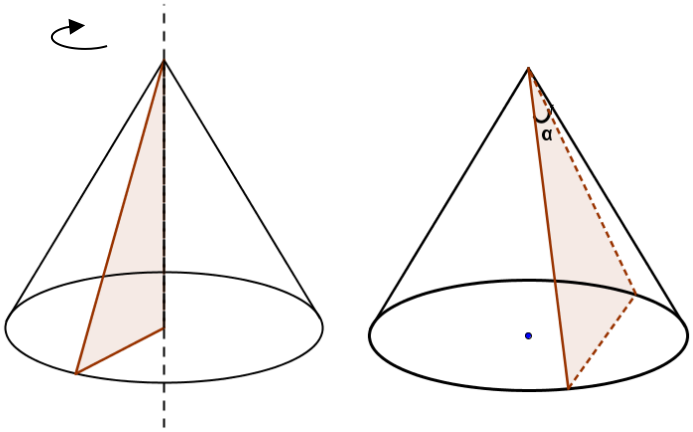
Kúpnak (pontosabban körkúpnak) nevezzük azt a testet, amely *a kúp alapját* képező körlapból, e körlap síkján kívül eső pontból, azaz *a kúp csúcsából,* továbbá a csúcsot az alap pontjaival összekötő szakaszok összességéből áll.



A kúp csúcsát az alapkör pontjaival összekötő szakaszokat *a kúp alkotóinak* nevezzük. A kúp felülete az alapból és az oldalfelületből (palástból) tevődik össze.

A kúpot *egyenesnek*, nevezzük, ha a kúp csúcsát az alaplap középpontjával összekötő egyenes merőleges az alaplap síkjára. A továbbiakban csak egyenes kúpról lesz szó, amelyet egyszerűen kúpnak fogunk nevezni.

Az egyenes kúpot olyan testnek tekintjük, amelyet akkor kapunk, ha egy derékszögű háromszöget tengelyként vett befogója körülforgatunk.



A kúp *magasságának* a csúcsából az alaplap síkjára bocsátott merőlegest nevezzük. Az egyenes kúp magasságának talppontja egybeesik alaplapja középpontjával. A kúp *tengelyének* a magasságát tartalmazó egyenest nevezzük. A kúpnak a tengelyén átmenő síkkal való metszetét a kúp *tengelymetszetének* nevezzük Azt a síkot, amely átmegy a kúp alkotóján és merőleges az ezen alkotót tartalmazó tengelymetszetre, a kúp *érintősíkjának* mondjuk.

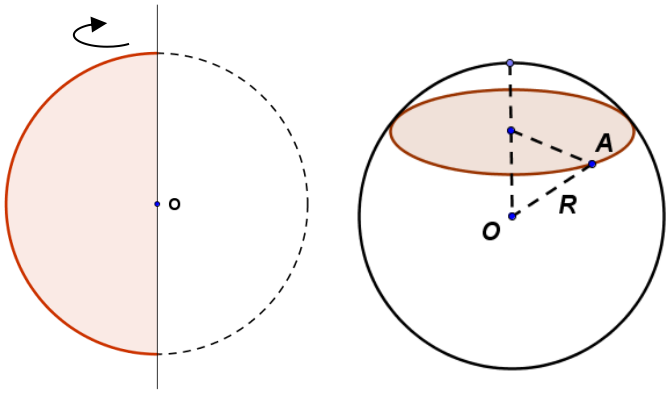
Oldalfelszín: $S_o = \pi Rl$, ahol l— az alkotó.

Teljes felszíne: $S_{tf} = S_a + S_o = \pi R^2 + \pi Rl = \pi R(R+l)$.

Térfogata: $V = \frac{1}{3} S_a \cdot H = \frac{1}{3} \pi R^2 H$.

Gömbnek nevezzük a tér mindazon pontjaiból álló testet, amelyek távolsága egy adott ponttól az adott távolságnál nem nagyobb. Ezt a pontot *a gömb középpontjának,* az adott távolságot pedig *a gömb sugarának* nevezzük. A gömböt határoló felületet *gömbfelületnek* vagy *szférának* mondjuk. A gömbfelület pontjai tehát a gömb azon pontjai, amelyeknek a középponttól való távolsága a sugárral egyenlő. Bármely szakaszt, amely a gömb középpontját a gömbfelület pontjával köti össze, szintén *sugárnak* nevezzük. A gömbfelület két pontját összekötő és a gömb középpontján átmenő szakaszt *átmérőnek* mondjuk. Bármely átmérő két végpontját *a gömb átellenes pontjainak* nevezzük.

A gömb a hengerhez és a kúphoz hasonlóan forgástest. Gömböt akkor kapunk, ha egy félkörlapot az átmérőjét tartalmazó tengely körül forgatunk.



Felszíne: $S = 4\pi R^2$.

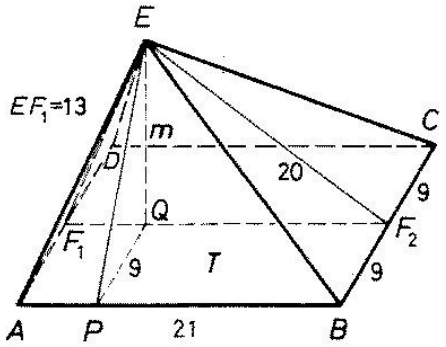
Térfogata: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

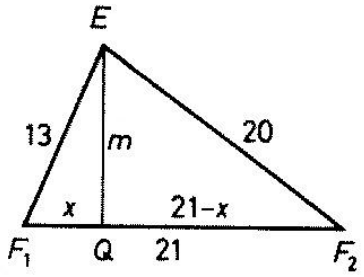
1.1. KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Egy gúla *ABCD* alaplapja téglalap: *AB = 21, BC = 18* egység.
Oldalélei közül *AE = DE* és *BE = CE*. Az *ADE* oldallapjának az oldalmagassága 13, a *BCE* oldallapé 20 egység. Számítsuk ki a gúla felszínét, térfogatát, oldaléleinek hosszát.

Megoldás:

Mivel *AE = DE* és *BE = CE*, a gúla *E* csúcspontja illeszkedik az *AD*, valamint a *BC* szakaszt felező és ezekre merőleges síkra.





A gúla *EQ* magassága az EF_1F_2 háromszög F_1F_2 oldalához tartozó magassága. Elsőként ennek hosszát számítjuk ki:

$$m^2 + x^2 = 13^2$$
$$m^2 + (21 - x)^2 = 20^2$$
$$441 - 42x = 400 - 169,$$
$$x = 5.$$
$$QF_2 = 21 - x = 16,$$
$$m = EQ = \sqrt{169 - 25} = 12.$$

A gúla *ABE* és *DCE* oldallapja egybevágó. Ezért oldalmagasságuk:

$$EP = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15.$$

A gúla felszíne:

$S_{tf} = S_a + S_{ADE} + S_{BCE} + 2S_{ABE} = 21 \cdot 18 + 9 \cdot 13 + 2 \cdot \frac{21 \cdot 15}{2} = 990$ területegység.

A gúla térfogata:

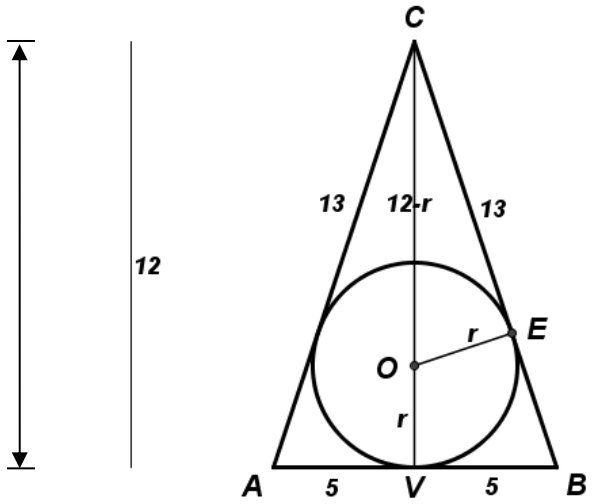
$V = \frac{S_a \cdot H}{3} = \frac{21 \cdot 18 \cdot 12}{3} = 1512$ térfogategység.

Az oldalélek hossza:

$AE = DE = \sqrt{13^2 + 9^2} = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}$ hosszúságegység,

$BC = CE = \sqrt{20^2 + 9^2} = \sqrt{481}$ hosszúságegység.

2. Egy egyenes kúp alapkörének átmérője 10 egység, minden alkotója 13 egység. Simítsuk ki annak a gömbnek a sugarát, amely a kúp belsejében van és érinti a kúp alaplapját és minden alkotóját. Mekkora a gömb felszíne, térfogata?



Megoldás:

A kúp tengelyére illeszkedő síkmetszet az *ABC* egyenlő szárú háromszög, ennek beírt köre a kúpba írt gömb főköre.

A *CVB* derékszögű háromszögben $CV = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$. A *BC* alkotóra az érintési pontban emelt gömbsugárral létrehozzuk a *CEO* derékszögű háromszöget.

Ebben *OC = 12 – r*. Mivel $CVB_{hsz} \infty CEO_{hsz}$, a megfelelő oldalak aránya egyenlő:

$$r : (12 - r) = 5 : 13,$$

$$13r = 60 - 5r,$$

$$r = \frac{60}{18} = \frac{10}{3}.$$

(Ezt meghatározhatjuk a *VBC* derékszögű háromszög *B*-nél lévő szögfelezőjének a segítségével is. Ez a 12 egységnyi magasságot 5:13 arányban osztja.)

Ezért:

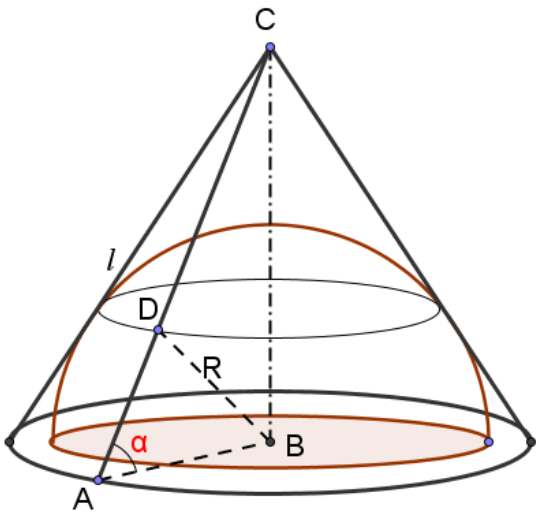
$$A = 4\left(\frac{10}{3}\right)^2 \pi = \frac{400\pi}{9} \approx 139{,}63,$$

$$V = A\frac{r}{3} = \frac{4000\pi}{81} \approx 155{,}14.$$

A gömb felszíne, térfogata közelítőleg 140 területegység, illetve 155 térfogategység.

3. A kúpba félgömb van írva úgy, hogy alapjaik egy síkban fekszenek és a gömb felülete érinti a kúp felületét. Találja meg a félgömb térfogatát, ha a kúp alkotója ***l*** és az alappal ***α*** szöget zár be.

Megoldás:



30. ábra

Az *ABC* derékszögű háromszögből

$$AB = l\cos\alpha\,.$$

Az *ABD* derékszögű háromszögből

$$\sin\alpha = \frac{R}{AB} = \frac{R}{l\cos\alpha},$$

innen

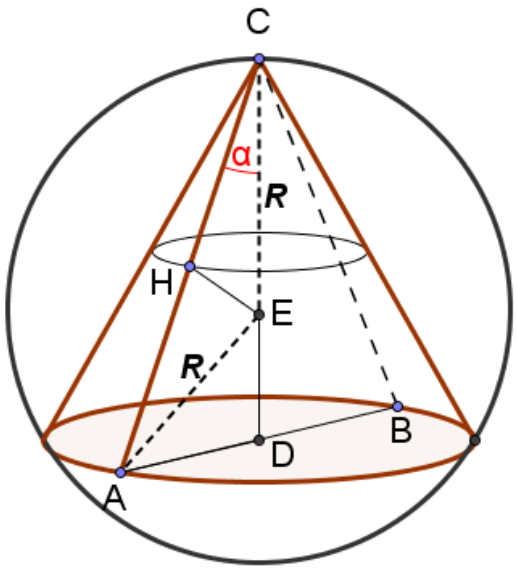
$$R = l\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha = \frac{l}{2}\sin 2\alpha\,.$$

A félgömb térfogata $V = \frac{4}{6}\pi R^3$.

Tehát $V = \frac{4}{6}\pi\frac{l}{8}^3\sin^3 2\alpha = \frac{\pi l^3\sin^3 2\alpha}{12}$

4. A gömbbe kúp van írva. A kúp tengelymetszetének területe ***S***, a magasság és az alkotó közötti szög ***α***. Határozza meg a gömb térfogatát.

<u>Megoldás</u>:



Adott, hogy $S_{ABC} = S$ és $ACD\angle = \alpha$. Legyen *AC* = *CB* = *l*. Az ABC egyenlő szárú háromszög területéből meghatározzuk az AC oldalt:

$$S = \frac{1}{2} l^2 \sin 2\alpha .$$

Innen

$$l^2 = \frac{2S}{\sin 2\alpha} .$$

Tudjuk az AC oldal hosszát, a koszinusz tétel alapján az *ACE* egyenlő szárú háromszögből:

$$l^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos(180 - 2\alpha) = 2R^2 (1 - \cos 2\alpha)$$

$$R^2 = \frac{l^2}{2(1 - \cos 2\alpha)} = \frac{l^2}{4 \sin^2 \alpha} ,$$

innen

$$R = \frac{l}{2 \sin \alpha} .$$

A gömb térfogata

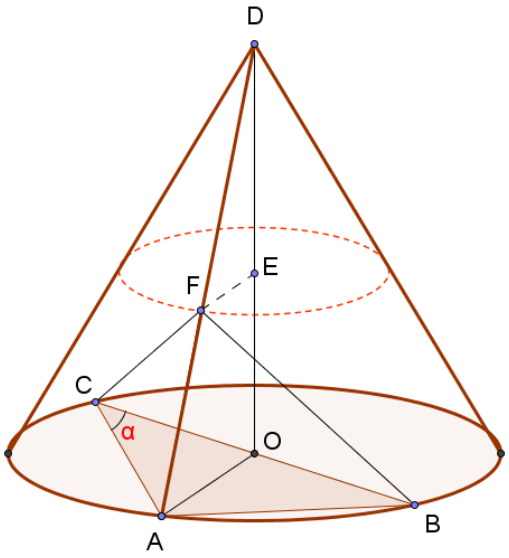
$$V = \frac{\pi l^3}{6 \sin^3 \alpha}$$

Behelyettesítve az *l*-t:

$$V = \frac{\pi 2S}{6 \sin^3 \alpha \sin 2\alpha} \sqrt{\frac{2S}{\sin 2\alpha}} = \frac{\pi S \sqrt{2S \cdot \sin 2\alpha}}{3 \sin^3 \alpha \cdot \sin^2 2\alpha}$$

5. A gúla alapja egy derékszögű háromszög, melynek hegyes szöge α. A háromszög a kúp alapjában fekszik. A gúla magasságának csúcspontja az alkotó felén van. Határozza meg a kúp és a gúla térfogatának arányát.

Megoldás:



Az *F* pont felébe osztja az *AB* szakaszt. Mivel a gúla magasságának a csúcspontja az alkotó felén fekszik, ez azt jelenti, hogy az *FE* szakaszt tartalmazó sík párhuzamos az alap síkjával.

Ebből következik, hogy az *AOD* derékszögű háromszögnek az *FE* szakasz a középvonala.

A gúla magassága fele a kúp magasságának.

$$V_{KÚP} = \frac{1}{3}\pi R^2 H\,, \qquad V_{GÚLA} = \frac{1}{6} S_{alap} H$$

Megjelöljük *OC*-t *R*-el. *OC* = *OA* = *OB* = *R*

$$CA = 2R\cos\alpha$$

Az *ABC* háromszög területe

$$S_{alap} = \frac{1}{2} 2R \cdot 2R\cos\alpha \cdot \sin\alpha = R^2 \sin 2\alpha$$

A kúp és a gúla térfogatának aránya:

$$\frac{V_{KÚP}}{V_{GÚLA}} = \frac{6\pi R^2 H}{3R^2 \sin 2\alpha H} = \frac{2\pi}{\sin 2\alpha}$$

1.2. BEGYAKORLÓ FELADATOK

1. Az egyenes hasáb alapja parallelogramma, melynek oldalai *3 m* és *4 m*. A hasáb egyik testátló *5 m*, a másik *7 m*. Határozz meg a hasáb oldalfelszínének a területét!

2. A kúp magassága *4 cm*. Az alappal párhuzamos síkmetszet területe fele a kúp alapterületének. Határozza meg a kúp csúcsa és a metszet síkja közötti távolságot!

3. A gömböt középpontjához képest egy oldalban, egymástól *2 cm* távolságra lévő párhuzamos síkokkal metszették. A metszetek területei $36\pi\ cm^2$ és $64\pi\ cm^2$. Határozza meg a gömb felszínének a területét!

4. Az egyenes hasáb alapja α tompaszögű egyenlő szárú trapéz, melybe körvonal írható. A szárat tartalmazó oldallap b hosszúságú átlója az alaplap síkjával β zár be. Határozza meg a hasáb teljes felszínének a területét!

5. A henger alapjának a területe S. A henger tengelyével párhuzamos metszet az alapot annak középpontjából α szög alatt látható húrban metszi. A keletkezett metszet átlója és az alaplap közötti szög β. Határozza meg a metszet területét!

6. Az egyenes paralelepipedon alapja rombusz. A paralelepipedon oldalfel-színének területe $10\ m^2$ és egyik átlómetszetének területe $4\ m^2$. Határozza meg a paralelepipedon másik átlómetszetének a területét!

7. A szabályos hatoldalú hasáb legnagyobb átlója d és az oldaléllel α szöget alkot. Határozza meg a hasáb térfogatát!

8. A henger oldalfelszínének a területe S. Az alaplap húrja α szög alatt látható az alap középpontjából. Határozza meg annak a metszetnek a területét, amely áthalad e húron és párhuzamos a henger tengelyével!

9. A gömböt párhuzamos síkokkal metszették, amelyek középpontjához képest egy oldalon vannak. A metszetek területei $36\pi\ cm^2$ és $64\pi\ cm^2$. Határozza meg a metszetek távolságát, ha a gömb felszíne $400\pi\ cm^2$!

10. . A kúp két alkotóján, melyek közötti szög α, olyan sík halad át, amely a kúp alapjával β szöget zár be. Határozza meg a kúp térfogatát, ha magassága h!

11. A gúla alapja derékszögű háromszög, melynek egyik befogója b s a vele szemben fekvő szög β. A gúla minden éle α szög alatt hajlik az alaplap síkjához. Határozza meg a gúla térfogatát!

12. A gúla alapja négyzet. A gúla két oldallapja merőleges az alaplap síkjára. és a legnagyobb oldaléle φ szöget zár be a magassággal. A magasság talppontja ezen oldalél felezőpontjától d távolságra van. Határozza meg a gúla alapélének hosszát!

13. Az egyenes hasáb alapja rombusz. A nagyobbik alap átlóján és a felső alap tompaszögének csúcsán áthaladó metszet az alaplap síkjával $45°$-os szöget alkot. A metszet olyan háromszög, melynek a felső alap csúcsánál lévő szöge $60°$ és területe $36\ cm^2$. Számítsa ki a hasáb térfogatát!

14. Az egyenes hasáb alapja α hegyesszögű derékszögű háromszög, melynek átfogója c. A hegyesszöggel szemben fekvő befogót tartalmazó oldallap átlója az alaplap síkjával β szöget zár be. Határozza meg a hasáb térfogatát!

15. Az egyenes hasáb alapja rombusz, melynek oldala a. A hasáb két oldallapja által bezárt szög φ. A nagyobbik testátló β szög alatt hajlik az alaplap síkjához. Határozzátok meg a hasáb térfogatát!

16. A henger tengelyével párhuzamos metszet az alapot annak középpontjából α szög alatt látható húrban metszi. A metszet területe S és az átlói által bezárt szög β. Határozza meg a henger teljes felszínének a területét!

17. A kúp alkotója az alaplap síkjához β szög alatt hajlik. Az alapba írt háromszög egyik oldala a és a vele szemben fekvő szög α. Határozza meg a kúp teljes felszínének a területét!

18. A gúla alapja szabályos háromszög, melynek területe $36\sqrt{3}\ cm^2$. Az egyik oldallap merőleges az alaplap síkjára, a másik kettő pedig $45°$-os szög alatt hajlik az alaplap síkjához. Határozza meg a gúla oldalfelszínének a területét!

19. A szabályos négyoldalú hasáb alapéle kétszer kisebb az oldalélnél. Az alap-élen és a szemben fekvő oldalél felezőpontján sík halad át. Határozza meg a hasáb oldalfelszínének a területét, ha a hasáb metszete köré írt körvonal sugara $2\sqrt{3}$ *cm*!

20. Az egyenes hasáb alapja rombusz. Az átlómetszetek területe $36m^2$ és $48m^2$. A hasáb kisebbik testátlója az alaplap síkjával $45°$-os szöget alkot. Határozza meg a hasáb teljes felszínének a területét!

21. A gúla alapja rombusz, melynek tompaszöge β és kisebbik átlója d. Mindegyik oldallap az alaplap síkjával α szöget alkot. Határozza meg a gúla térfogatát!

22. A szabályos négyoldalú gúla oldalélei φ szög alatt hajlanak az alaplap síkjához. A gúla magasságának talppontja l távolságra van az oldaléltől. Határozza meg a gúla térfogatát!

23. A szabályos négyoldalú hasáb alaplapjának átlóján és a felső lap szemközti csúcsán síkmetszetet szerkesztettek, amely az alaplap síkjához $60°$ -os szög alatt hajlik. Határozza meg a hasáb térfogatát, ha a metszet területe $8\ m^2$!

24. A derékszögű paralelepipedon testátlója az egyik oldallap síkjával α, a másik oldallap síkjával β szöget alkot. Határozza meg a paralelepipedon oldalfelszínének a területét, ha testátlója d!

25. Az egyenes hasáb alaplapja egyenlőszárú háromszög. A szárakat tartalmazó közös csúccsal rendelkező oldallapok átlói d-vel egyenlők és α szöget alkotnak egymással. Ezen átlókat tartalmazó sík az alaplap síkjához β szög alatt hajlik. Határozza meg a hasáb térfogatát!

26. A szakasz végpontjai két egymásra merőleges síkhoz tartoznak. A szakasz vetülete e síkokra $\sqrt{369}$ *cm* és *20 cm*. A szakasz végpontjaiból a síkokra bocsátott merőlegesek talppontjai közötti távolság *12 cm*. Határozza meg a szakasz hosszát!

27. A kúp alapja középpontja és az alkotója közötti távolság d. Az alkotó és magasság közötti szög α. Határozza meg a kúp teljes felszínének a területét!

28. A henger alaplapjának húrja 2α nagyságú körívre támaszkodik. A felső lap középpontját a húr felezőpontjával összekötő szakasz β szög alatt hajlik az alaplap síkjához. Határozza meg a henger térfogatát, ha az alsó alaplap középpontja e szakasztól l távolságra van!

29. A gúla alapja egyenlőszárú háromszög, melynek alapján fekvő szöge β, s a köré írt körvonal sugara R. Határozzátok meg a gúla teljes felszínének a területét, ha mindegyik oldallap α szög alatt hajlik az alaplap síkjához!

30. A gúla alapja szabályos háromszög. A gúla két oldallapja merőleges az alaplap síkjára, a harmadik β szög alatt hajlik az alaplap síkjához. A gúla magassága H. Határozza meg a gúla oldalfelszínének a területét!

31. Számítsad ki a szabályos háromoldalú gúlába írt gömb sugarát, ha a gúla magassága h, oldaléle és az alaplap síkja közötti szög pedig α !

32. A szabályos háromoldalú gúlába gömb van írva. A gömb középpontja és a gúla csúcsa közötti távolság a. A gúla oldaléle az alaplap síkjához α szög alatt hajlik. Számítsa ki a gömb térfogatát!

33. Az egyenes hasáb alapja egyenlő oldalú háromszög. A háromszög egyik oldalára illeszkedő sík α szög alatt hajlik a hasáb alapjához. Ez a sík a hasábból egy háromoldalú gúlát metsz le, melynek térfogata V. Számítsa ki a metszet területét!

34. A szabályos négyoldalú gúlában az oldalél és az alapél hosszának aránya $\sqrt{2}$. A gúlát az alaplap átlójára illeszkedő és az oldaléllel párhuzamos síkkal metszettük. Milyen arányban osztja ez a sík a gúla térfogatát?

35. Az R sugarú gömbbe szabályos négyoldalú gúla van írva. A gömb középpontja illeszkedik a gúla magasságára. Számítsa ki a gúla térfogatát, ha az alaplapja köré írt körvonal sugara r!

36. A kúpba, melynek alkotója az alaplap síkjával α szöget alkot, gömb van írva. Ebbe a gömbbe egy kockát írtunk. Határozza meg a kúp és a kocka térfogatának arányát!

37. A szabályos négyoldalú gúlába henger van írva úgy, hogy annak alsó alapja a gúla alaplapján fekszik, a felső alapja pedig érinti a gúla minden oldallapját. A henger alaplapjának sugara R, a magassága pedig kétszer kisebb a gúla magasságánál. A gúla oldallapja az alaplap síkjával α szöget alkot. Határozza meg a gúla térfogatát!

38. Két szabályos négyoldalú gúla alaplapja közös és az egyik a másik belsejében található. A nagyobbik gúla oldaléle α, a kisebbiké pedig β szög alatt hajlik az alaplap síkjához. A közös alaplap köré írt körvonal sugara *R*. Határozza meg a tér azon részének a térfogatát, amelyet a gúlák oldalfelülete határol!

39. Az egyenes hasáb alapja egyenlőszárú háromszög, melynek szára *b*, csúcsnál lévő szöge α. Ebből a csúcsból az oldallapokban meg vannak húzva az átlók. A meghúzott átlók közötti szög β. Határozza meg a hasáb köré írt henger térfogatát!

40. A hengerbe paralelepipedon van írva. A paralelepipedonban a nagyobbik oldallaphoz tartozó alapél *a*. A paralelepipedon átlója az alaplap síkjával α, a nagyobbik oldallappal pedig β szöget zár be. Határozza meg a henger térfogatát!

41. A gömbbe kúp van írva. A kúp tengelymetszetének területe *S*, magassága az alkotóval α szöget alkot. Határozza meg a gömb felszínét!

42. A csonkakúpba, melynek alkotója a nagyobbik alaphoz α szög alatt hajlik, egy r sugarú gömb van írva. Határozza meg annak a vonalnak a hosszát, amely mentén a gömb érinti a csonkakúp oldalfelszínét!

43. A gúla köré, melynek alapja *a* oldalú szabályos háromszög, egy gömb van írva. Ismeretes, hogy a gúla egyik oldaléle merőleges az alaplap síkjára és *b*-vel egyenlő. Határozza meg a gömb sugarát!

44. A szabályos négyoldalú gúla alaplapja és oldallapja közötti szög α. A gúlába írt gömb felszíne *S*. Határozza meg a gúla oldalfelszínét!

45. A szabályos háromoldalú gúla apothémája (oldallapjának a magassága) *a*. Az oldalél a gúla magasságával α szöget alkot. Határozza meg a gúla köré írt gömb térfogatát!

46. A kúp alkotója *l* és az alaplap síkjával α szöget alkot. Ebbe a kúpba egy félgömb van írva úgy, hogy a félgömb középpontja a kúp alaplapjához illeszkedik, a félgömb felülete pedig érinti a kúp oldalfelületét. Határozza meg a félgömb térfogatát!

47. A szabályos háromoldalú gúla csúcsánál lévő síkszöge α. A gúla köré *R* sugarú gömb van írva. Határozza meg a gúla térfogatát!

48. A szabályos háromoldalú gúlában a köré írt gömb középpontjától az oldalélig mért távolság *a*. A gúla oldalélei az alaplap síkjával α szöget alkotnak. Határozza meg a gúla teljes felszínének a területét!

49. A kúp köré, melynek alkotója az alaplappal α szöget alkot, gömb van írva. Határozza meg a kúp és a gömb térfogatának arányát!

50. A csonkakúpba *r* sugarú gömb van írva. A csonkakúp nagyobbik alaplapjának átmérője a gömb középpontjából α szög alatt látható. Számítsa ki a csonkakúp térfogatát!

51. Egy 6 cm élű kocka minden csúcsát levágjuk egy-egy olyan síkkal, amely a csúcsból éleket a csúcstól 2 cm távolságra metszi. Állapítsa meg az így keletkezett test csúcsainak, éleinek és lapjainak számát, valamint számítsa ki felszínét és térfogatát!

52. Az α és β síkok merőlegesek egymásra; az *A* pont az α, a *B* pont a β sík egy-egy pontja. Jelöljük *A′* -vel, illetve *B′* –vel az *A*, illetve a *B* pont merőleges vetületét a két sík metszésvonalára; legyen továbbá *F* az *AB* szakasz felezőpontja. Bizonyítsa be, hogy *FA′ = FB′*!

53. Egy a élű kocka egyik alapélén át fektessünk olyan síkot, amely az alaplappal 30º-os szöget zár be. Mekkora területű síkidomot metsz ki a kockábólez a sík, és mekkora térfogatú részekre vágja a kockát?

54. Az *a* élű kocka egyik testátlójára illeszkedő síkok közül melyikből metsz ki a kocka legnagyobb területű síkidomot, és melyikből a legkisebb területűt? Mekkorák ezek a területek?

55. Egy háromszög alapú egyenes hasáb alapélei: 4, 5 és 7 cm. A hasáb magassága megegyezik az alaphárom szög leghosszabb magasságával. Számítsa ki a hasáb térfogatát!

56. Egy egyenes hasáb alaplapja olyan derékszögű háromszög, amelynek egyik hegyesszöge 30º-os, az ezzel szemközti befogója 2 hosszegység. Tudjuk, hogy a hasábba gömb írható. Számítsa ki a hasáb térfogatát!

57. Egy háromoldalú gúla mind a hat éle egyenlő hosszúságú; a gúla magassága egységnyi. Számítsa ki a térfogatát!

58. Szabályos háromoldalú gúla magassága *m*, oldallapja az alaplap síkjával α szöget zár be. Fejezze ki a gúla térfogatát és felszínét *m*-mel és α-val!

59. Az *MABCD* gúla alaplapja *ABCD* téglalap, melynek oldalai $AB = 1, AD = \sqrt{3}$ egység. Az *MC* oldalél merőleges az alaplap síkjára, az *MC* oldalél 60º-os szöget zár be az alaplap síkjával. Mekkora annak a síkmetszetnek a területe, amelyben a *BD* átlóra illeszkedő és az *MA* éllel párhuzamos sík metszi a gúlát?

60. Egy háromoldalú gúla mind a hat éle egyenlő hosszú. A gúlába írt gömb térfogata hány százaléka a gúla térfogatának?

61. Egy négyzetes gúla alapéle 6 cm, oldalélei pedig 5 cm hosszúak. A benne elhelyezkedő maximális gömb térfogata hány százaléka a gúla térfogatának?

62. Egy négyoldalú szabályos gúlába forgáshengert helyezünk el úgy, hogy a henger tengelyének egyenese egybeessen a gúla magasságának egyenesével. A gúla alapéle és a magassága egyaránt 6 egység. Mekkora a hengerpalást felszínének maximuma?

63. Egy négyoldalú szabályos csonkagúla alapéleinek hossza 10, az oldalélek az alaplappal 60º-os szöget zárnak be. A csonkagúla testátlója merőleges az egyik oldalélre. Mekkora a csonkagúla térfogata?

64. Egy 6 literes egyenes henger alapkörének területe az egész felület 20%-a. Mekkora a henger sugara és magassága?

65. Egy forgáshenger alapköre egybevágó egy forgáskúp alapkörével; a két test egyenlő magasságú, felszínűk aránya 7 : 4. Mekkora a kúp félnyílásszöge?

66. Egyenes körkúp magassága a köré írt gömb magasságának c-szerese. Mekkora e testek térfogatának az aránya? Milyen c értékekre oldható meg a feladat?

67. Egy rombusz egyik szöge 50º-os. Forgassuk meg először a rövidebb, majd a hosszabb átlója körül! Mekkora lesz az így keletkezett testek térfogatának aránya és felszínének aránya?

68. Az *ABCD* trapéz két párhuzamos oldala? *AB* = 30, *CD* = 15; szárai: *BC* = 12, *DA* = 9. Igazolja, hogy *AD* merőleges a *BC* egyenesre! Forgassa meg a trapézt *BC* egyenes körül! Mekkora a keletkezett forgástest felszíne?

69. Egy 10 cm sugarú gömbbe olyan háromszög alapú hasábot írtunk, melynek oldallapja négyzet. Mekkora a hasáb térfogata?

70. Az egységsugarú gömb köré olyan kúpot írtak, melynek teljes felszíne kétszerese a gömb felszínének. Mekkora a kúp térfogata?

2. FÜGGVÉNYEGYENLETEK

Példa Az $f(x)$ függvényre tetszőleges x valós szám esetén teljesül, hogy:

$$f(x)-2f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{2-x^2}{x}.$$

Megoldás: Végezzük el a következő helyettesítést: $x:=\frac{1}{x}$. Ekkor $f(x):=f\left(\frac{1}{x}\right)$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)-2f(x)=\frac{2-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}}=\frac{\frac{2x^2-1}{x^2}}{\frac{1}{x}}=\frac{2x^2-1}{x}.$$

Innen $f\left(\frac{1}{x}\right)=2f(x)+\frac{2x^2-1}{x}$. Behelyettesítve ezt az eredeti függvényegyenletbe, megkapjuk a következő egyenlőséget:

$$f(x)-2\left(2f(x)+\frac{2x^2-1}{x}\right)=\frac{2-x^2}{x}$$

$$-3f(x)-2\cdot\frac{2x^2-1}{x}=\frac{2-x^2}{x}$$

$$-3f(x)=2\cdot\frac{2x^2-1}{x}+\frac{2-x^2}{x}=\frac{3x^2}{x}=3x$$

$$f(x)=-x$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy ez a függvény megfelel a feltételnek. Tehát: $f(x)=-x$.

2.1. BEGYAKORLÓ FELADATOK

Határozzuk meg a következő függvényegyenletek folytonos megoldásait!

1. $2f(x)+3f(1-x)=4x-1$
2. $f(x)-f(-x)=x^2$
3. $f(x-1)-f(1-x)=x$
4. $2f(x)-3f\left(\frac{1}{x}\right)=x^2$
5. $2f(x)+f(1-x)=x^2$
6. $f\left(\frac{1}{x}\right)+f(1-x)=x$
7. $-f(x-y)+f(x+y)=4xy$
8. $f(x)f(y)=f(x-y)$
9. $(x+y)f(xy)=f(x)+f(y)$
10. $f(x)f(y)-xy=f(x)+f(y)-1$
11. $f(x-y)=f(x)f(y)+f(x)\cos y+f(y)\cos x-\sin x\sin y$
12. $f(x+y)=f(x)+f(y)$
13. Határozzuk meg az $f:R\setminus\{-1;1;2\}\to R$ függvényt, ha $f\left(\frac{x+1}{x-2}\right)+2f\left(\frac{x-2}{x+1}\right)=x$.
14. Az $f(x)$ függvényre tetszőleges x valós szám esetén teljesül, hogy $2f(x)+f(1-x)=x^2$. Milyen pozitív egész n számra igaz, hogy $f(1)+f(2)+\cdots+f(n)=19\cdot n$?
15. Határozzuk meg az összes $f:R\to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x\in R$ teljesül az $x(f(x)+f(-x)+2)+2f(-x)=0$ egyenlőség.
16. Határozzuk meg az összes $f:R\to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x,y\in R$ teljesül az $f(x-f(y))=1-x-y$ egyenlőség.
17. Határozzuk meg az összes $f:R\to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x\in R$ teljesül az $x(f(x)-f(-x)+2)+2f(-x)=0$ egyenlőség.
18. Határozzuk meg az összes $f:R\to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x,y\in R$ teljesül az $f(x+y)=f(x)+y$ egyenlőség.
19. Határozzuk meg az összes $f:R\to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x,y\in R$ teljesül az $f(x-y)=f(x)+y$ egyenlőség.
20. Létezik-e, olyan az egész számegyenesen folytonos függvény, olyan, hogy a) $f(f(x))=3x$; b) $f(f(x))=-3x$?
21. Létezik-e, olyan az egész számegyenesen folytonos függvény, olyan, hogy a) $f(f(x))=2x$; b) $f(f(x))=-2x$?
22. Létezik-e, olyan az egész számegyenesen folytonos függvény, olyan, hogy a) $f(f(x))=4x$; b) $f(f(x))=-4x$?
23. Létezik-e, olyan az egész számegyenesen folytonos függvény, olyan, hogy a) $f(f(x))=x$; b) $f(f(x))=-x$?
24. Határozzuk meg az összes $f:R\to R$ függvényt, amelyre teljesül az $(f(x)+f(-x))x^3+2f(x)=0$ egyenlőség.
25. Határozzuk meg az összes $f:R\to R$ függvényt, amelyre teljesül az $(f(x)+f(-x))x^5-f(x)=0$ egyenlőség.

26. Határozzuk meg az összes $f: R \to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x, y \in R$ teljesül az $xf(y) + 2yf(x) = f(x)^2 + f(y)^2$ egyenlőség.
27. Határozzuk meg az összes $f: R \to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x, y \in R$ teljesül az $2xf(y) + yf(x) = f(x)^2 + f(y)^2$ egyenlőség.
28. Határozzuk meg az összes $f: R \to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x \in R \setminus \{0\}$ teljesül az $f(x) + f(-x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x$ egyenlőség.
29. Határozzuk meg az összes $f: R \to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x, y \in R$ teljesül az $f(x) + f(y) = x + 2y - 1$ egyenlőség.
30. Határozzuk meg az összes $f: R \to R$ függvényt, amelyre bármilyen $x, y \in R$ teljesül az $f(x) + f(y) = 2x + y + 1$ egyenlőség.

IRODALOMJEGYZÉK

1. Пойа Д. Как решать задачу. – 2-е изд. испр. – М.: Учпедгиз, 1961. – 207 с.
2. Pólya György: A gondolkodás iskolája.– Gondolat Kiadó, Budapest 1969., 269 old.
3. М. І. Сканаві Збірник задач з математики – 2011. –Київ Арій– 605 с.
4. Підручники з математики для ЗОШ.
5. Підручники з математики для класів з поглибленим вивченням математики.
6. В. М. Орос, В. М. Петечук, К. М. Петечук Контрольно-практичні роботи з математики ч. 1, 2 Ужгород 2008 ЗІПО
7. Sümegi László Matematikai feladatok haladóknak Debrecen 2000
8. Gerőcs László Készüljünk az írásbeli érettségi vizsgára matematikából. Nemzeti Tankönyvkiadó Budapest 2012

Методичні вказівки до елементарної математики частина III. / Módszertani útmutató elemi matematikához III. rész: методичні вказівки до практичних (семінарських) занять з навчальної дисципліни «Елементарна математика» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання, освітня програма: «Середня освіта (Математика)», галузь знань: «01 Освіта/Педагогіка», спеціальність(спеціалізація): «014 Середня освіта (014.04 Математика)» / Розробники: Дезидер Поллої, Адам Доровці – Берегове: ЗУІ ім. Ф.Ракоці ІІ, 2022. – 26 с. (українською та угорською мовами)

Методичні вказівки «Методичні вказівки до елементарної математики частина III. / Módszertani útmutató elemi matematikához III. rész» призначаються для більш ефективної організації роботи на практичних заняттях з дисципліни «Елементарна математика» здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, другого курсу денної та заочної форми навчання, які навчаються на спеціальності(спеціалізації) «014 Середня освіта (Математика)». Основна мета методичному вказівнику – це підвищити загальну математичну культуру студентів, навчити їх розв’язувати завдання шкільного курсу математики поглибленого і підвищеного рівнів; поглибити, систематизувати знання, отримані в школі; розвинути творчий підхід до розв’язання нестандартних завдань.

Виробничо-практичне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ ЧАСТИНА III./ MÓDSZERTANI ÚTMUTATÓ ELEMI MATEMATIKÁHOZ III. RÉSZ

Методичні вказівки до практичних (семінарських) занять

2022 р.

Затверджено до використання у навчальному процесі на засіданні кафедри математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці ІІ (протокол № 1 від 26 серпня 2022 року)

Розглянуто та рекомендовано Радою із забезпечення якості вищої освіти Закарпатського угорського інституту ім. Ф. Ракоці ІІ (протокол № 1 від «10» жовтня 2022 року)

Рекомендовано до видання в електронній формі (PDF) рішенням Вченої ради Закарпатського угорського інституту ім. Ф. Ракоці ІІ (протокол № 7 від «13» жовтня 2022 року)

Підготовлено до видання в електронній формі (PDF) кафедрою математики та інформатики спільно з Видавничим відділом Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці ІІ

Розробники методичних вказівок:

Дезидер ПОЛЛОЇ – старший викладач кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці ІІ

Адам ДОРОВЦІ – асистент кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці ІІ

Рецензенти:

Марія БОРТОШ – кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри алгебри та диференціальних рівнянь Ужгородського Національного Університету

Каталін КУЧІНКА – кандидат фіз.-мат. наук, завідувач кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці ІІ

Відповідальні за випуск:

Мирослав СТОЙКА – доцент; Кандидат фізико-математичних наук, доцент Кафедра математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці ІІ

Олександр ДОБОШ – начальник Видавничого відділу ЗУІ ім. Ф.Ракоці ІІ

За зміст методичних вказівок відповідальність несуть розробники.

Видавництво: Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці ІІ (адреса: пл. Кошута 6, м. Берегове, 90202. Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua) *Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції Серія ДК 7637 від 19 липня 2022 року*

Шрифт «Times New Roman». Розмір сторінок методичних вказівок: А4 (210х297мм).