

II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Képzési szint	BSc	Tagozat	Nappali, levelező	Tanév/félév	2024-2025, 5
---------------	-----	---------	-------------------	-------------	--------------

Tantárgyleírás

A tantárgy címe	Komplex analízis
Tanszék	Matematika és Informatika
Képzési program	Középiskolai oktatás (Matematika)
A tantárgy típusa, kreditértéke, óraszám (előadás/szeminárium/önálló munka)	Típus (kötelező vagy választható): kötelező Kreditérték: 6 Előadás: 38 Szeminárium/gyakorlat: 22 Laboratóriumi munka: 0 Önálló munka: 120
Tárgyfelelős oktató(k) (név, tudományos fokozat, tudományos cím, e-mail cím)	Sztojka Miroszláv, PhD (fiz.-mat. tudományok kandidátusa), Matematika és Informatika Tanszékének docense, sztojka.miroszlav@kmf.org.ua
A tantárgy előkövetelményei	Matematikai analízis, Lineáris algebra, Analitikus geometria
A tantárgy általános ismertetése, célja, várható eredményei, főbb témakörei	A tantárgy összefoglalása: A „Komplex analízis” kurzus a szakmai ciklus normatív (kötelező) részéhez tartozik, és logikailag, valamint tartalmilag-módszertanilag a „Matematikai analízis” kurzus folytatása, továbbá felhasználja a „Lineáris algebra” és „Analitikus geometria” kurzusok ismereteit is. A „Komplex analízis” kurzus a komplex változók egyváltozós függvényeinek elméletének alapvető elemeit tartalmazza: komplex számok és komplex sík, valamint analitikus függvények, továbbá olyan elméleti fejezeteket, mint a sorok és integrálok, zérusok és izolált különleges pontok, a maradéktétel és az analitikus folytatás. A kurzus elsajátítása előfeltétele a „Számrendszerek” kurzusnak. A kurzus célja és célkitűzései: A hallgatók új elméleti ismeretek és gyakorlati készségek megszerzése, valamint a komplex változók függvényeinek elméletében alapvető módszerek és eszköztár elsajátítása. Kompetenciák: ZK4. Képesség hatékony döntések meghozatalára a

szakmai tevékenység során, valamint felelősségteljes hozzáállás a kötelezettségekhez, és mások motiválása a közös cél elérésére (vezetői kompetencia).

- **ZK5.** Képesség új ötletek generálására, problémák felismerésére és megoldására, kezdeményezőkézség és vállalkozói szellem (vállalkozói kompetencia).
- **ZK6.** Képesség információk keresésére, feldolgozására és elemzésére különböző forrásokból.
- **ZK7.** Képesség problémák felismerésére, felvetésére és megoldására.
- **FK2.** Képesség biztosítani a tanulók oktatását az állami nyelven.
- **FK4.** Képesség fejleszteni a tanulók kritikai gondolkodását.
- **FK6.** Képesség eligazodni az információs térben, keresni és kritikusan értékelni az információt, valamint azt alkalmazni a szakmai tevékenységben.
- **FK19.** Képesség innovációk alkalmazására a szakmai tevékenységben.
- **FK22.** Képesség matematikai módszerek és modellek alkalmazására az oktatásban/pedagógiában.
- **FK23.** Képesség tudományos megismerési módszerek alkalmazására az oktatási folyamatban.

Programeredmények:

- **PR8.** Képes a tanulók számára elemzési, érvelési, bizonyítási készségeket kialakítani, kérdéseket feltenni, saját feltételezéseket megfogalmazni, különbséget tenni tények és feltételezések között, valamint összegyűjteni és összefoglalni az információkat.
- **PR9.** Képes fejleszteni a tanulók képességét az információs nyomásnak való ellenállásra, és tudatosítani a manipulációkat.
- **PR10.** Képes a tanulóknál kialakítani a matematikáról alkotott képet a modern tudományos eredmények alapján.
- **PR12.** Képes használni digitális eszközöket, azok alapvető szoftverét, operációs rendszereket, online szolgáltatásokat, alkalmazásokat, fájlokat, valamint az internetes hálózatot.
- **PR13.** Képes kritikusan értékelni az információs források hitelességét, megbízhatóságát, valamint az információk tudatra és a tanulók fejlődésére gyakorolt hatását és döntéshozatalát.
- **PR22.** Képes alkalmazni a pedagógiai tevékenység során a tudományos megismerési módszereket, megfigyelni, elemezni, hipotéziseket megfogalmazni, adatokat gyűjteni, kísérleteket végezni, eredményeket elemezni és értelmezni, modelleket alkotni és hatékonyságukat meghatározni.
- **PR24.** Képes megoldani tipikus matematikai feladatokat.
- **PR25.** Képes bemutatni az alapvető matematikai és informatikai ismereteket.
- **PR26.** Képes megérteni a természetben, tudományban és

technikában zajló különböző folyamatokat.

- **PR27.** Képes megoldani az iskolai matematika különböző nehézségi szintű feladatait.
- **PR28.** Képes tervezni a szakmai fejlődést annak stratégiai és operatív céljainak elérése érdekében.

A tantárgy szerkezete:

Első tematikai modul. Komplex számok sorozatai és sorai. A komplex változós függvény deriváltja. A komplex változós függvények osztályozása.

Témák:

Téma 1. Komplex számok.

Komplex számok. Műveletek a komplex számokkal. A komplex szám trigonometrikus alakja.

Téma 2. Komplex számok sorozatai.

Stereografikus vetítés, Riemann-gömb. Komplex számok sorozatának határértéke. Tulajdonságok.

Téma 3. Komplex számok sorai.

Komplex számok sorai. A sor konvergenciája. Abszolút és feltételes konvergencia.

Téma 4. Komplex változós függvények.

Komplex változós függvények. Egyértékű és többértékű függvények. A komplex változós függvények határértéke, folytonossága és egyenletes folytonossága. Komplex változós elemi függvények.

Téma 5. A komplex változós függvény deriváltja.

A komplex változós függvény deriváltja, a függvény differenciálhatósága. A monogén, analitikus függvény fogalma. A Cauchy–Riemann-feltételek.

Téma 6. A komplex változós függvény differenciálásának alapvető képletei és szabályai.

A komplex változós függvény differenciálásának alapvető képletei és szabályai. A derivált argumentumának és modulusának geometriai jelentése.

Téma 7. A komplex változós függvények osztályozása.

Szimmetrikus pontok. Tétel a körre vonatkozó szimmetrikus pontokról. Lineáris függvény, tulajdonságok. Racionális lineáris függvény, tulajdonságok. A három pontra vonatkozó tétel. Tétel a szimmetrikus pontokról. Zsukovszkij-függvény. Exponenciális és trigonometrikus függvények által végrehajtott leképezések.

Második tematikai modul. A komplex változós függvény integrálja. Funkcionális sorozatok és komplex változós

	függvények sorai. Reziduumok. Témák: Téma 8. A komplex változós függvény integrálja. A komplex változós függvény integrálja. Tulajdonságok. Téma 9. Cauchy-tételek a komplex változós függvény integráljáról. Cauchy-tételek a komplex változós függvény integráljáról. Cauchy-típusú integrál. Téma 10. Az primitív függvény létezésének feltételei. Az primitív függvény létezésének feltételei. Morera- és Goursat-tételek. Téma 11. Cauchy integrálképlete. Cauchy integrálképlete. Következmények. Liouville-tétel. Téma 12. Newton–Leibniz formula. Az algebra alaptétele. A komplex változós függvény primitív függvénye. Téma 13. Funkcionális sorozatok és komplex változós függvények sorai. Komplex változós függvények funkcionális sorozatai. Funkcionális sorok, egyenletes konvergencia tulajdonságok. Hatványsorok. Abel-tétel, konvergenciasugár. A hatványsor egyenletes konvergenciája, tulajdonságok. Taylor-sorok. Tétel a függvény Taylor-sorba való felbontásáról. Általánosított hatványsorok. Laurent-sorok. A tétel az analitikus függvények egyediségéről. Téma 14. Analitikus függvények. Az analitikus függvények zérusai. Az analitikus függvények modul maximumának elve. Az analitikus függvények különleges pontjai, pólusok. Tétel a kiküszöbölhető különleges pontról. Lényeges különleges pontok. Sokhotsky-tétel. Téma 15. Reziduumok. Reziduumok. A reziduumok alapvető tétele. Logaritmikus reziduumok. Tunyin-tétel. A reziduumok alkalmazása az integrálok számításához. A függvények analitikus folytatása. Laplace-transzformáció.
A tantárgy teljesítésének és értékelésének feltételei	
Az BSc képzésben résztvevő hallgatók tanulmányi eredményei «Lineáris algebra» tárgyból kredit	

alapú moduláris rendszerben kerül osztályozásra az alábbi táblázat alapján.

Tanulmányi összpontszám	ECTS osztályza	Osztályzat a nemzeti skála szerint	
		vizsga, évfolyammunka és gyakorlat esetén	beszámoló esetén
90 – 100	A	jeles	megfelelt
82-89	B	jó	
75-81	C		
64-74	D	elégséges	
60-63	E		
35-59	FX	elégtelen a pótvizsga lehetőségével	nem felelt meg, a pótbeszámoló lehetőségével
0-34	F	elégtelen, a tárgy újrafelvételének kötelezettségével	nem felelt meg, a tárgy újrafelvételének kötelezettségével

A vizsgához engedés feltételei: a gyakorlatok és előadások látogatása, az esetleges hiányzások ledolgozása; az évközi kontrol teljesítése legalább 60%-ra.

Félévi feladat	Elérhető pontszám	Értékelés szempontjai
Számítási ellenőrző dolgozat 1	20	Gyakorlati feladatokból áll, amelyek mindegyike egyenlő értékelést kap. A teljesen megoldott feladat a maximális pontszámmal kerül értékelésre; a helyes módszertanú, de hibás számítási műveleteket tartalmazó feladat a maximális pontszám 80%-ával kerül értékelésre; a feladatok megoldásában elkövetett egyéb súlyos hiba esetén a maximális pontszám 20%-a kerül levonásra minden hiba után.
Elméleti tudás ellenőrzése 1	5	Elméleti feladatokból áll, amelyek egyenlő értékelést kapnak.
Teszt 1	5	Elméleti és gyakorlati feladatokból áll, amelyek egyenlő értékelést kapnak.
Számítási ellenőrző dolgozat 2	20	Gyakorlati feladatokból áll, amelyek mindegyike egyenlő értékelést kap. A teljesen megoldott feladat a maximális pontszámmal kerül értékelésre; a helyes módszertanú, de hibás számítási műveleteket tartalmazó feladat a maximális pontszám 80%-ával kerül értékelésre; a feladatok megoldásában elkövetett egyéb súlyos hiba esetén a maximális pontszám 20%-a kerül levonásra minden hiba után.
Elméleti tudás ellenőrzése 2	5	Elméleti feladatokból áll, amelyek egyenlő értékelést kapnak.
Teszt 2	5	Elméleti és gyakorlati feladatokból áll, amelyek egyenlő értékelést kapnak.

A tantárggyal kapcsolatos egyéb tudnivalók, követelmények	Az oktatási feladatok, a tanulási eredmények aktuális és félévvégi kontroll ellenőrzésének feladatai önálló elvégzése (a specifikus oktatási igényű személyek esetében ezt a követelményt egyéni igényeik és lehetőségeik figyelembevételével alkalmazzuk). Hivatkozások információforrásokra: ötletek, fejlesztések, nyilatkozatok, információk felhasználása esetén. Megbízható információk nyújtása saját oktatási (tudományos, kreatív) tevékenységeik eredményeiről, alkalmazott kutatási módszerekről és információforrásokról. Az előadás igazoltan elmulasztott témájának történő elsajátítása az aktuális kontroll során ellenőrizzük. Az előadás igazolatlan okból történő kihagyását a hallgató a tanszék követelményeinek megfelelően, a tanszék ülésén kitűzött követelményeknek megfelelően dolgozza le (szóbelileg, referátum stb.). A kihagyott gyakorlati órák, az igazoltságtól függetlenül, a hallgató a konzultációrendjének megfelelően dolgozza le. Az aktuális nem kielégítő osztályzatokat, melyeket a hallgató a gyakorlati órán elsajátított az adott téma tanulása során, átteszi a tanárnak, aki a aktuális kontroll előtt a tanulmányi csoport naplójában kötelező jelöléssel vezeti.
A tantárgy alapvető irodalma és digitális segédanyagok	Alapvető 1. Ваурик Ф.Г. Практикум з вищої математики. Частина 4: Функції комплексної змінної, операційне числення, рівняння математичної фізики / Ужгород: ЗакДУ. – 2012. 2. Стойка М.В. Теорія функцій комплексної змінної. Методичні вказівки для практичних занять (для студентів 3-го курсу спеціальності 014 Середня освіта (Математика). ЗУІ. 2024 р. С. 44. 3. Szász Gábor Matematika I.: Vektorok, komplex számok, egyváltozós valós függvények / – Bp.: Nemzeti Tankönyvkiadó, – 1997. 4. Szőkefalvi-Nagy Béla Komplex függvénytan – egységes jegyzet / –Bp.: Tankönyvkiadó, – 1975. 5. Fuksz B.A. Komplex változós függvények és néhány alkalmazásuk / –Bp.: Tankönyvkiadó, – 1976. Internet források 1. Мельник Т.А. Комплексний аналіз Київський національний університет імені Тараса Шевченка, ВПЦ "Київський університет", 2015 http://mechmat.univ.kiev.ua/dload/pos/Melnyk_Complex_Analysis-2015.pdf 2. Szokol Patrícia(Dr. Molnár Lajos előadása alapján). Komplex függvénytan. Jegyzet http://files.janekebea07.webnode.hu/200000021-98fc099f63/Komplex_F%C3%BCggv%C3%A9nytan_Jegyzet.pdf

