

II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Képzési szint	BSc	Tagozat	Nappali Levelező	Tanév/félév	2024/2025, 2
---------------	-----	---------	---------------------	-------------	-----------------

Tantárgyleírás

A tantárgy címe	Lineáris algebra
Tanszék	Matematika és informatika
Képzési program	Középiskolai oktatás (Matematika)
A tantárgy típusa, kreditértéke, óraszám (előadás/szeminárium/önálló munka)	Típus (kötelező vagy választható): kötelező Kreditérték: 4 Előadás: 24 Szeminárium/gyakorlat: 24 Laboratóriumi munka: 0 Önálló munka: 72
Tárgyfelelős oktató(k) (név, tudományos fokozat, tudományos cím, e-mail cím)	Sztojka Miroszláv, PhD (fiz.-mat. tudományok kandidátusa), Matematika és Informatika Tanszékének docense, sztojka.miroszlav@kmf.org.ua
A tantárgy előkövetelményei	Középiskolai matematika
A tantárgy általános ismertetése, célja, várható eredményei, főbb témakörei	A tantárgy általános ismertetése A tantárgyi program BSc szintű képzéshez készült képzési terület: «01 Oktatás/Pedagógia» képzési szakirány 014 Középiskolai oktatás (Matematika). A program a kurzus koncepcióját, alapfogalmait, módszereit, ezek alkalmazásának lehetőségeit tartalmazza. A lineáris algebra elméletének megismerése jártasságot biztosít a komplex számok, lineáris egyenletrendszerek megoldásával, polinomok gyűrűjével, lineáris terek, kvadratikus alakokkal kapcsolatos feladatok megoldásában és előkészíti „Komplex analízis”, „Numerikus módszerek” című tantárgyak szükséges ismereteit. A kurzus célja a hallgatók új elméleti ismereteinek és gyakorlati készségeinek kialakítása, valamint a lineáris algebra elméletének alapvető módszereinek és eszközeinek elsajátítása. A kurzus során a hallgató által elsajátítandó általános és szakmai kompetenciák: Általános kompetenciák:

ÁK1. Képesség az absztrakt gondolkodásra, elemzésre és szintézisre, valamint a gyakorlati helyzetekben való ismeretek alkalmazására.

ÁK3. Képesség az állami nyelven való szóbeli és írásbeli kommunikációra, valamint a szakterületen idegen nyelven történő kommunikációra.

Szakmai kompetenciák:

SZK10. Képesség a problémák matematikai és szimbolikus formában történő megfogalmazására, azok elemzésének és megoldásának egyszerűsítése érdekében.

SZK11. Képesség matematikai érvelések és következtetések célközönséghez illő formában történő megfogalmazására, valamint mások által megfogalmazott matematikai érvelések elemzésére és megvitatására, akik ugyanazon feladat megoldásában vesznek részt.

SZK12. Képesség a matematikai bizonyításokban való érvelésre és érvelési láncok kiemelésére axiomatikus megközelítés alapján, valamint azok logikai sorrendbe helyezésére, beleértve a főbb ötletek és a részletek, technikai kifejtések megkülönböztetését; képesség formális bizonyítások felépítésére axiómákból és posztulátumokból, valamint a valószínű érvek megkülönböztetésére a formálisan hibátlanoktól.

SZK14. Képesség matematikai struktúrák elemzésére, beleértve a használt matematikai megközelítések megalapozottságának és hatékonyságának értékelését.

SZK16. Képesség az alapvető matematikai algoritmusok szerint cselekedni, azok kiválasztására és alkalmazására; képesség elmélyült kognitív és gyakorlati készségek és képességek megszerzésére, amelyek szükségesek algoritmusok kialakításához, matematikai feladatok megoldási módjainak algoritmikus előírás formájában történő leírásához.

SZK18. Képesség a diákok oktatásának biztosítására az oktatási intézmény nyelvi környezetének figyelembevételével.

Tanulási program eredményei:

TPR2. Bemutatja a diákok állami nyelven való oktatásának képességét; nyelvi-kommunikációs készségeik fejlesztését a tantárgy és az integrált oktatás eszközeivel.

TPR3. Megnevezi és elemzi a célkitűzés, a tervezés és az oktatási és nevelési folyamatok tervezésének módszereit a

	kompetencia-alapú megközelítés alapján, figyelembe véve a diákok oktatási igényeit; osztályozza a tantárgy oktatásának formáit, módszereit és eszközeit az általános közép fokú oktatási intézményekben. TPR7. Bemutatja az alapvető és alkalmazott tudományok alapjainak ismeretét (a tantárgyi szakterületnek megfelelően), használja a szakterület alapvető kategóriáit és fogalmait. TPR8. Megalapozott véleményeket generál a szakmai ismeretek területén mind a szakemberek, mind a szélesebb közönség számára, állami és idegen nyelven egyaránt. TPR12. Elemzi saját pedagógiai tevékenységét és annak eredményeit, objektív önértékelést és önkorrekciót végez szakmai tulajdonságai terén. TPR14. Magyarázza a matematikai ismeretek és paradigmák történelmi fejlődésének főbb szakaszait, leírja a modern matematikai tendenciákat. TPR15. Bemutatja az alapvető matematika elméleti alapok szintjén történő ismeretét, és alkalmazza az algebra, a matematikai analízis, az analitikus és differenciálgeometria, a topológia, a funkcionális analízis és a differenciálegyenletek elméletének, a valószínűségelméletnek és a matematikai statisztika, a komplex változós függvények elméletének módszereit az oktatási program egyéb eredményeinek elérése érdekében. TPR16. Megnevezi a modus ponens (a logikai kijelentések levonásának szabálya) és a modus tollens (a ellentétes bizonyítás) elveit, és használja a matematikai állítások feltételeit, megfogalmazásait, következtetéseit, bizonyításait és következményeit. TPR17. Bemutatja a konkrét matematikai feladatok megoldásának készségét, amelyek formalizált formában vannak megfogalmazva; elvégzi az alapvető átalakításokat a specifikus helyzetekhez, alkalmazza az információkezelés és a statisztikai adatok elemzésére szolgáló számítógépes eszközök készségeit. TPR19. Megnevezi és leírja a természeti és/vagy társadalmi folyamatok matematikai modellezésének módszereinek lényegét. TPR20. Bemutatja a tipikus matematikai analízis, algebra, differenciális és integrálegyenletek, optimalizáció numerikus módszerekkel történő megoldásának készségét. TPR22. Megtalálja a szükséges tudományos-technikai
--	---

információkat a szakirodalomban, adatbázisokban és egyéb információforrásokban, beleértve az idegen nyelvű forrásokat is.

TPR23. Kiválasztja a problémamegoldás matematikai módszereit, figyelembe veszi a matematikai állítások teljesítésének feltételeit, helyesen tervez feltételeket és állításokat új objektumosztályokra, elemzi és rendszerezi az összefüggéseket a felvetett probléma és a már ismert modellek között.

TPR24. Bemutatja a matematikai ismeretek értékbeli aspektusainak kialakítására való képességét, koordinálja azok érzelmi érzékelését a diákok körében, kidolgoz és javasol különböző formákat és típusokat a matematikához való pozitív hozzáállás kialakításához és a diákok motiválásához a matematika alapjainak és módszereinek elsajátításához.

A kurzus tematikája:

Modul 1.

1. A lineáristér axiómái. Vektorok lineáris összefüggősége
2. A tér bázisa és dimenziója. A vektorkifejtése a bázis szerint. Koordináták transzformációs képletei
3. Lineáris terek izomorfizmusa. A lineáris tér alterei
4. Műveletek alterekkel. Faktor-tér
5. Lineáris terek lineáris leképezése
6. A lineáris tér lineáris leképezései. Lineáris leképezés mátrixa. A lineáris leképezés különböző bázisban meghatározott mátrixai közötti összefüggés
7. Műveletek a lineárisleképezésekkel és azok összefüggése a mátrixműveletekkel
8. A mátrix és a lineáris transzformáció karakterisztikus polinomja.

Modulzáró dolgozat

Modul 2.

9. A lineáris leképezés sajátvektora és sajátértékei
10. A lineáris leképezést tartalmazó lineáris tér felépítése
11. λ -mátrixok
12. Jordan-félenormálforma
13. Euklideszi tér. Ortogonális vektorok. Gram-Schmidt ortogonalizációjának algoritmusa
14. Az Euklideszi tér elemének normája. Ortogonális komplementer az Euklideszi térben. A lineáris ortogonális és szimmetrikus leképezések.
15. Kvadratikus alakok. Kvadratikus alak normálalakja. Pozitív definit kvadratikus alakok.

Modulzáró dolgozat

A tantárgy teljesítésének és értékelésének feltételei

Az BSc képzésben résztvevő hallgatók tanulmányi eredményei «Lineáris algebra» tárgyból kredit alapú moduláris rendszerben kerül osztályozásra az alábbi táblázat alapján.

Tanulmányi összpontszám	ECTS osztályzat	Osztályzat a nemzeti skála szerint	
		vizsga, évfolyammunka és gyakorlat esetén	beszámoló esetén
90 – 100	A	jeles	megfelelt
82-89	B	jó	
75-81	C		
64-74	D	elégséges	
60-63	E		
35-59	FX	elégtelen a pótvizsga lehetőségével	nem felelt meg, a pótbeszámoló lehetőségével
0-34	F	elégtelen, a tárgy újrafelvételének kötelezettségével	nem felelt meg, a tárgy újrafelvételének kötelezettségével

A vizsgához engedés feltételei: a gyakorlatok és előadások látogatása, az esetleges hiányzások ledolgozása; az évközi kontrol teljesítése legalább 60%-ra.

Félévi feladat	Elérhető pontszám	Értékelés szempontjai
Számítási ellenőrző dolgozat 1	20	Gyakorlati feladatokból áll, amelyek mindegyike egyenlő értékelést kap. A teljesen megoldott feladat a maximális pontszámmal kerül értékelésre; a helyes módszertanú, de hibás számítási műveleteket tartalmazó feladat a maximális pontszám 80%-ával kerül értékelésre; a feladatok megoldásában elkövetett egyéb súlyos hiba esetén a maximális pontszám 20%-a kerül levonásra minden hiba után.
Elméleti tudás ellenőrzése 1	5	Elméleti feladatokból áll, amelyek egyenlő értékelést kapnak.
Teszt 1	5	Elméleti és gyakorlati feladatokból áll, amelyek egyenlő értékelést kapnak.
Számítási ellenőrző dolgozat 2	20	Gyakorlati feladatokból áll, amelyek mindegyike egyenlő értékelést kap. A teljesen megoldott feladat a maximális pontszámmal kerül értékelésre; a helyes módszertanú, de hibás számítási műveleteket tartalmazó feladat a maximális pontszám 80%-ával kerül értékelésre; a feladatok megoldásában elkövetett egyéb súlyos hiba esetén a maximális pontszám 20%-a kerül levonásra minden hiba után.
Elméleti tudás ellenőrzése 2	5	Elméleti feladatokból áll, amelyek egyenlő értékelést kapnak.
Teszt 2	5	Elméleti és gyakorlati feladatokból áll, amelyek egyenlő értékelést kapnak.

A tantárggyal kapcsolatos egyéb tudnivalók, követelmények	Az oktatási feladatok, a tanulási eredmények aktuális és félévvégi kontroll ellenőrzésének feladatai önálló elvégzése (a specifikus oktatási igényű személyek esetében ezt a követelményt egyéni igényeik és lehetőségeik figyelembevételével alkalmazzuk). Hivatkozások információforrásokra: ötletek, fejlesztések, nyilatkozatok, információk felhasználása esetén. Megbízható információk nyújtása saját oktatási (tudományos, kreatív) tevékenységeik eredményeiről, alkalmazott kutatási módszerekről és információforrásokról. Az előadás igazoltan elmulasztott témájának történő elsajátítása az aktuális kontroll során ellenőrizzük. Az előadás igazolatlan okból történő kihagyását a hallgató a tanszék követelményeinek megfelelően, a tanszék ülésén kitűzött követelményeknek megfelelően dolgozza le (szóbelileg, referátum stb.). A kihagyott gyakorlati órák, az igazoltságtól függetlenül, a hallgató a konzultációrendjének megfelelően dolgozza le. Az aktuális nem kielégítő osztályzatokat, melyeket a hallgató a gyakorlati órán elsajátított az adott téma tanulása során, átteszi a tanárnak, aki a aktuális kontroll előtt a tanulmányi csoport naplójában kötelező jelöléssel vezeti.
A tantárgy alapvető irodalma és digitális segédanyagok	Alapművek 1. <i>Тимченко Г.М., Одинцова О.В., Мазур О.С. Кириллова Н.О. Стислий курс вищої математики. Частина 1.: Аналітична геометрія та елементи лінійної алгебри // – Київ: Кондор. – 2016.</i> 2. <i>Турчанінова Л.І., Доля О.В. Практикум із вищої математики: Навчальний посібник// – Київ: Кондор. – 2007.</i> 3. <i>Gaál I. Lineáris algebra // – Kosuth Egyetemikiadó. – 2003.</i> 4. <i>Bódi Béla Az algebra alapjai // – Ungvár: PoliPrintkiadó. – 2010.</i> 5. <i>Sztojka Miroszláv Felsőbb algebra. Gyakorlat támogató jegyzet. Beregszász. 2018. Old. 114.</i> https://felsobbalgebra.blogspot.com/ 6. <i>Sztojka Miroszláv Algebra I. Jegyzet. Beregszász. 2019. Old. 100.</i> https://felsomatematika.webnode.hu/szolgaltatasok/ Kiegészítő olvasmányok 1. <i>Puskás Csaba, Szabó Imre, Tallos Péter Lineáris algebra. Jegyzet</i> http://mek.oszk.hu/00800/00860/00860.pdf 2. <i>Nagy Attila Lineáris algebra. Egyetemi jegyzet</i> http://math.bme.hu/~nagyat/linalgjegyzet.pdf 3. <i>В. В. Булдин, І. В. Алексеева, В. О. Гайдей, О. О.</i>

Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова
Лінійна алгебра та аналітична геометрія / Київ:
ТВиМС. — 2011.
<http://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf>

4. Stoika M. V., Styopochkina M. V. On Hasse diagrams connected with the poset $(1,2,7)$. Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки, (4), 16-19 (2020).
<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2020/4.2>