

Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II
II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola
Ferenc Rakoczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education

Кафедра Tanszék Department	Математики та інформатики Matematika és informatika Mathematics and informatics
Галузь знань Képzési terület Field of study	01 Освіта/ Педагогіка 01 Oktatás / Pedagógia 01 Education / Pedagogy
Спеціальність Szak Specialty (major)	014 Середня освіта, 014 Середня освіта (Математика) 014 Középfokú oktatás, 014 Középfokú oktatás (Matematika) 014 Secondary education, 014 Secondary education (Mathematics)
Освітня програма (код в ЄДЕБО, назва, посилання) Képzési program (JEDEBO kód, név, link) Study programme	Математика Matematika Mathematics Код ОП в ЄДЕБО: 5104 https://kmf.uz.ua/wp-content/uploads/2023/05/opp-bsc-mat-2023.pdf
Курс Évfolyam Class year	III.

Ступінь вищої освіти Képzési szint	BA/BSc	Форма навчання Tagozat	Заочна/Levelező	Навчальний рік Tanév	2025/2026	Семестр Félév	V
--	--------	----------------------------------	-----------------	--------------------------------	-----------	-------------------------	---

Силабус / Sillabusz (Tárgyleírás)*

Код, назва освітнього компонента (код з ОП, НП) A képzési komponens kódja, megnevezése (a képzési programból vagy mintatantervből)	ППП 13 Комплексний аналіз Komplex analízis
Тип освітнього компонента (навчальної дисципліни) A képzési komponens (tantárgy) típusa	Обов'язкова Kötelező
Кількість кредитів Kreditérték	5
Всього годин Összórászám	150
У тому числі Ebből	Лекції / Előadás: 8 Практичні заняття / Gyakorlati: 7 Самостійна робота / Önálló munka: 135
Викладач, відповідальний за освітній компонент	Стойка Мирослав Вікторович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики та інформатики, sztojka.miroszlav@kmf.org.ua

* **Силабус** – документ організації освітнього процесу, що містить обсяг освітнього компонента в кредитах ЄКТС та його розподіл у годинах за формами організації освітнього процесу та видами навчальних занять, зміст (тематику: основні теми, у тому числі теми практичних, семінарських та лабораторних занять, орієнтовну тематику індивідуальних та/або групових завдань), результати навчання з освітнього компонента, методи і засоби оцінювання результатів навчання, передумови для вивчення дисципліни (пререквізити)).

A **sillabusz** (tárgyleírás) oktatásszervezési dokumentum, amely tartalmazza a képzési komponens ECTS-kreditekben megadott értékét, valamint annak órákra lebontott elosztását az oktatás különböző formái és a foglalkozások típusa szerint. A sillabusz tartalmazza a tananyagot (tematika: főbb témák, beleértve a gyakorlati, szemináriumi és laboratóriumi foglalkozások témáit, valamint az egyéni és/vagy csoportos feladatok javasolt témáit), az adott oktatási komponenshez kapcsolódó elvárt tanulási eredményeket, az értékelés módszereit és eszközeit, valamint a tantárgy felvételének előfeltételeit (a prerekvizitumokat).

(ПІБ, науковий ступінь, вчене звання, посада, адреса електронної пошти) Tárgyfelelős oktató (család- és utónév, tudományos fokozat, cím, e-mail)	Sztojka Miroszláv – fizikai és matematikai tudományok kandidátusa, docens sztojka.miroszslav@kmf.org.ua
Викладачі, відповідальні за читання лекцій (ПІБ, науковий ступінь, вчене звання, посада, адреса електронної пошти) Az előadásokat tartó oktatók (család- és utónév, tudományos fokozat, cím, e-mail)	Стойка Мирослав Вікторович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики та інформатики, sztojka.miroszslav@kmf.org.ua Sztojka Miroszláv – fizikai és matematikai tudományok kandidátusa, docens sztojka.miroszslav@kmf.org.ua
Викладачі, відповідальні за практичні, семінарські заняття (ПІБ, науковий ступінь, вчене звання, посада, адреса електронної пошти) A szemináriumokat, gyakorlatikat tartó oktatók (család- és utónév, tudományos fokozat, cím, e-mail)	Стойка Мирослав Вікторович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики та інформатики, sztojka.miroszslav@kmf.org.ua Sztojka Miroszláv – fizikai és matematikai tudományok kandidátusa, docens sztojka.miroszslav@kmf.org.ua
Викладачі, відповідальні за лабораторні заняття (ПІБ, науковий ступінь, вчене звання, посада, адреса електронної пошти) A laboratóriumi órákat tartó oktatók (család- és utónév, tudományos fokozat, cím, e-mail)	–
Пререквізити навчальної дисципліни (коди ОК з ОП / навчального плану) Előtanulmányi követelmények (a képzési komponensek kódja a képzési programból / mintatantervből)	Математичний аналіз, лінійна алгебра. Matematikai analízis, lineáris algebra
Анотація дисципліни, мета, завдання A tárgy rövid annotációja, tárgya és céljai	Анотація Курс «Комплексний аналіз» є важливою складовою підготовки майбутніх учителів математики. Дисципліна знайомить студентів з основними поняттями та методами комплексного аналізу, зокрема з поняттям аналітичної функції, властивостями голоморфних функцій, інтегруванням у комплексній площині, рядами та їх збіжністю. Особлива увага приділяється застосуванню методів комплексного аналізу у розв'язанні прикладних задач, а також у подальшому вивченні математичних дисциплін. Мета курсу Формування у студентів системних знань з комплексного аналізу та розвиток умінь застосовувати його методи для розв'язання теоретичних і прикладних задач у математиці та педагогічній діяльності. Завдання курсу Ознайомити студентів з основними поняттями комплексних чисел та функцій комплексної змінної. Сформуванню уявлення про аналітичні та голоморфні функції та їх властивості.

	Розкрити основні методи диференціювання та інтегрування функцій комплексної змінної. Вивчити ряди та їх збіжність у комплексному аналізі. Показати можливості застосування комплексного аналізу у розв'язанні прикладних задач та в інших галузях математики. Розвивати аналітичне мислення студентів та їх готовність до використання математичних методів у професійній діяльності. Annotáció A „Komplex analízis” tantárgy a leendő matematikatanárok képzésének fontos része. A kurzus megismerteti a hallgatókat a komplex analízis alapfogalmaival és módszereivel, különösen az analitikus függvény fogalmával, a holomorf függvények tulajdonságaival, a komplex síkon történő integrálással, valamint a sorokkal és konvergenciájukkal. Különös figyelmet kapnak a komplex analízis módszereinek alkalmazásai az alkalmazott feladatok megoldásában, illetve más matematikai diszciplínák további tanulmányozásában. A kurzus célja A hallgatók rendszerszintű ismereteinek kialakítása a komplex analízis területén, valamint annak a képességnek a fejlesztése, hogy módszereit elméleti és alkalmazott matematikai problémák megoldásában, illetve pedagógiai tevékenységükben alkalmazzák. A kurzus feladatai Megismertetni a hallgatókat a komplex számok és a komplex változós függvények alapfogalmaival. Kialakítani az analitikus és holomorf függvényekről és azok tulajdonságairól alkotott képet. Bemutatni a komplex változós függvények differenciálásának és integrálásának alapvető módszereit. Tanulmányozni a sorokat és konvergenciájukat a komplex analízisben. Bemutatni a komplex analízis alkalmazási lehetőségeit az alkalmazott feladatok megoldásában és más matematikai területeken. Fejlesztani a hallgatók analitikus gondolkodását, valamint felkészíteni őket a matematikai módszerek szakmai tevékenységükben való használatára.
Основна тематика дисципліни Tematika	Основні теми лекцій: Змістовий модуль 1. Тема 1. Комплексні числа. Комплексні числа. Дії над комплексними числами. Тригонометрична форма комплексного числа. Тема 2. Послідовності з комплексних чисел. Стереографічна проекція, сфера Рімана. Границя послідовності комплексних чисел. Властивості. Тема 3. Ряди із комплексних чисел. Ряди із комплексних чисел. Збіжність ряду. Абсолютна і умовна збіжність. Тема 4. Функції комплексної змінної. Функції комплексної змінної. Однолісні та багатозначні функції. Границя функцій комплексної змінної, неперервність та рівномірна неперервність. Елементарні функції комплексної змінної. Тема 5. Похідна функції комплексної змінної. Похідна функції комплексної змінної, диференційованість функції. Поняття моногенної, аналітичної функції. Умови Коші – Рімана. Тема 6. Основні формули і правила диференціювання функції комплексної змінної. Основні формули і правила диференціювання функції комплексної змінної. Геометричний зміст аргумента і модуля похідної. Тема 7. Класифікація функцій комплексної змінної.

Симетричні точки. Теорема про симетричні точки відносно кола. Лінійна функція, властивості. Дробово – лінійна функція, властивості. Теорема про три точки. Теорема про симетричні точки. Функція Жуковського. Відображення, що здійснюються по-казниковою та тригонометричною функціями.

Змістовий модуль 2.

Тема 8. Інтеграл від функції комплексної змінної.

Інтеграл від функції комплексної змінної. Властивості.

Тема 9. Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної.

Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної. Інтеграл типу Коші.

Тема 10. Умови існування первісної.

Умови існування первісної. Теореми Морери і Гурса.

Тема 11. Інтегральна формула Коші.

Інтегральна формула Коші. Наслідки. Теорема Ліувілля.

Тема 12. Формула Ньютона –Лейбніца.

Основна теорема алгебри. Первісна функції комплексної змінної.

Тема 13. Функціональні послідовності та ряди функцій комплексної змінної.

Функціональні послідовності функцій комплексної змінної. Функціональні ряди, рівномірна збіжність властивості. Степеневі ряди. Теорема Абеля, радіус збіжності. Рівномірна збіжність степеневих рядів, властивості. Ряди Тейлора. Теорема про розклад функції в ряд Тейлора. Узагальнені степеневі ряди. Ряди Лорана. Теорема єдиності для аналітичних функцій.

Тема 14. Аналітичні функції.

Нулі аналітичних функцій. Принцип максимуму модуля для аналітичних функцій. Особливі точки для аналітичних функцій, полюс. Теорема про усувну особливу точку. Істотні особливі точки. Теорема Сохоцького.

Тема 15. Лишки. Основна теорема про лишки. Логарифмічні лишки. Теорема Туни. Застосування лишок до обчислення інтегралів. Аналітичні продовження функцій. Перетворення Лапласа.

Основні теми практичних занять:

Змістовий модуль 1.

Тема 1. Комплексні числа.

Комплексні числа. Дії над комплексними числами. Тригонометрична форма комплексного числа.

Тема 2. Послідовності з комплексних чисел.

Стереометрична проекція, сфера Рімана. Границя послідовності комплексних чисел. Властивості.

Тема 3. Ряди із комплексних чисел.

Ряди із комплексних чисел. Збіжність ряду. Абсолютна і умовна збіжність.

Тема 4. Функції комплексної змінної.

Функції комплексної змінної. Однолисні та багатозначні функції. Границя функцій комплексної змінної, неперервність та рівномірна неперервність. Елементарні функції комплексної змінної.

Тема 5. Похідна функції комплексної змінної.

Похідна функції комплексної змінної, диференційованість функції. Поняття моногенної, аналітичної функції. Умови Коші – Рімана.

Тема 6. Основні формули і правила диференціювання функції комплексної змінної.

Основні формули і правила диференціювання функції комплексної змінної. Геометричний зміст аргумента і модуля похідної.

Тема 7. Класифікація функцій комплексної змінної.

Симетричні точки. Теорема про симетричні точки відносно кола. Лінійна функція, властивості. Дробово – лінійна функція, властивості. Теорема про три точки. Теорема про симетричні точки. Функція Жуковського. Відображення, що здійснюються по-казниковою та тригонометричною функціями.

Змістовий модуль 2.

Тема 8. Інтеграл від функції комплексної змінної.

Інтеграл від функції комплексної змінної. Властивості.

Тема 9. Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної.

Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної. Інтеграл типу Коші.

Тема 10. Умови існування первісної.

Умови існування первісної. Теореми Морери і Гурса.

Тема 11. Інтегральна формула Коші.
Інтегральна формула Коші. Наслідки. Теорема Ліувілля.
Тема 12. Формула Ньютона –Лейбніца.
Основна теорема алгебри. Первісна функції комплексної змінної.
Тема 13. Функціональні послідовності та ряди функцій комплексної змінної.
Функціональні послідовності функцій комплексної змінної. Функціональні ряди, рівномірна збіжність властивості. Степеневі ряди. Теорема Абеля, радіус збіжності. Рівномірна збіжність степеневому ряду, властивості. Ряди Тейлора. Теорема про розклад функції в ряд Тейлора. Узагальнені степеневі ряди. Ряди Лорана. Теорема єдиності для аналітичних функцій.
Тема 14. Аналітичні функції.
Нулі аналітичних функцій. Принцип максимума модуля для аналітичних функцій. Особливі точки для аналітичних функцій, полюс. Теорема про усуну особливу точку. Істотні особливі точки. Теорема Сохоцького.
Тема 15. Лишки. Основна теорема про лишки. Логарифмічні лишки. Теорема Туни. Застосування лишків до обчислення інтегралів. Аналітичні продовження функцій. Перетворення Лапласа.

Основні теми для самостійної роботи:

Змістовий модуль 1.

Тема 1. Комплексні числа.
Комплексні числа. Дії над комплексними числами. Тригонометрична форма комплексного числа.
Тема 2. Послідовності з комплексних чисел.
Стереометрична проекція, сфера Рімана. Границя послідовності комплексних чисел. Властивості.
Тема 3. Ряди із комплексних чисел.
Ряди із комплексних чисел. Збіжність ряду. Абсолютна і умовна збіжність.
Тема 4. Функції комплексної змінної.
Функції комплексної змінної. Однолісні та багатозначні функції. Границя функцій комплексної змінної, неперервність та рівномірна неперервність. Елементарні функції комплексної змінної.
Тема 5. Похідна функції комплексної змінної.
Похідна функції комплексної змінної, диференційованість функції. Поняття моногенної, аналітичної функції. Умови Коші – Рімана.
Тема 6. Основні формули і правила диференціювання функції комплексної змінної.
Основні формули і правила диференціювання функції комплексної змінної. Геометричний зміст аргумента і модуля похідної.
Тема 7. Класифікація функцій комплексної змінної.
Симетричні точки. Теорема про симетричні точки відносно кола. Лінійна функція, властивості. Дробово – лінійна функція, властивості. Теорема про три точки. Теорема про симетричні точки. Функція Жуковського. Відображення, що здійснюються по-казниковою та тригонометричною функціями.

Змістовий модуль 2.

Тема 8. Інтеграл від функції комплексної змінної.
Інтеграл від функції комплексної змінної. Властивості.
Тема 9. Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної.
Теореми Коші про інтеграл від функції комплексної змінної. Інтеграл типу Коші.
Тема 10. Умови існування первісної. Теореми Морери і Гурса.
Тема 11. Інтегральна формула Коші.
Інтегральна формула Коші. Наслідки. Теорема Ліувілля.
Тема 12. Формула Ньютона –Лейбніца.
Основна теорема алгебри. Первісна функції комплексної змінної.
Тема 13. Функціональні послідовності та ряди функцій комплексної змінної.
Функціональні послідовності функцій комплексної змінної. Функціональні ряди, рівномірна збіжність властивості. Степеневі ряди. Теорема Абеля, радіус збіжності. Рівномірна збіжність степеневому ряду, властивості. Ряди Тейлора. Теорема про розклад функції в ряд Тейлора. Узагальнені степеневі ряди. Ряди Лорана. Теорема єдиності для аналітичних функцій.
Тема 14. Аналітичні функції.

Нулі аналітичних функцій. Принцип максимуму модуля для аналітичних функцій. Особливі точки для аналітичних функцій, полюс. Теорема про усуну особливих точок. Істотні особливі точки. Теорема Сохоцького. Тема 15. Лишки. Основна теорема про лишки. Логарифмічні лишки. Теорема Туни. Застосування лишків до обчислення інтегралів. Аналітичні продовження функцій. Перетворення Лапласа.

Az előadások főbb témái:

Modul 1.

Téma 1. Komplex számok.

Komplex számok. Műveletek a komplex számokkal. A komplex szám trigonometrikus alakja.

Téma 2. Komplex számok sorozatai.

Stereografikus vetítés, Riemann-gömb. Komplex számok sorozatának határértéke.

Tulajdonságok.

Téma 3. Komplex számok sorai.

Komplex számok sorai. A sor konvergenciája. Abszolút és feltételes konvergencia.

Téma 4. Komplex változós függvények.

Komplex változós függvények. Egyértékű és többértékű függvények. A komplex változós függvények határértéke, folytonossága és egyenletes folytonossága. Komplex változós elemi függvények.

Téma 5. A komplex változós függvény deriváltja.

A komplex változós függvény deriváltja, a függvény differenciálhatósága. A monogén, analitikus függvény fogalma. A Cauchy–Riemann-feltételek.

Téma 6. A komplex változós függvény differenciálásának alapvető képletei és szabályai.

A komplex változós függvény differenciálásának alapvető képletei és szabályai. A derivált argumentumának és modulusának geometriai jelentése.

Téma 7. A komplex változós függvények osztályozása.

Szimmetrikus pontok. Tétel a körre vonatkozó szimmetrikus pontokról. Lineáris függvény, tulajdonságok. Racionális lineáris függvény, tulajdonságok. A három pontra vonatkozó tétel. Tétel a szimmetrikus pontokról. Zsukovszkij-függvény. Exponenciális és trigonometrikus függvények által végrehajtott leképezések.

Második tematikai modul. A komplex változós függvény integrálja. Funkcionális sorozatok és komplex változós függvények sorai. Reziduumok.

Témák:

Téma 8. A komplex változós függvény integrálja. Tulajdonságok.

Modul 2

Téma 9. Cauchy-tételek a komplex változós függvény integráljáról.

Cauchy-tételek a komplex változós függvény integráljáról. Cauchy-típusú integrál.

Téma 10. Az primitív függvény létezésének feltételei.

Az primitív függvény létezésének feltételei. Morera- és Goursat-tételek.

Téma 11. Cauchy integrálképlete.

Cauchy integrálképlete. Következmények. Liouville-tétel.

Téma 12. Newton–Leibniz formula.

Az algebra alaptétele. A komplex változós függvény primitív függvénye.

Téma 13. Funkcionális sorozatok és komplex változós függvények sorai.

Komplex változós függvények funkcionális sorozatai. Funkcionális sorok, egyenletes konvergencia tulajdonságok. Hatványsorok. Abel-tétel, konvergenciasugár. A hatványsor egyenletes konvergenciája, tulajdonságok. Taylor-sorok. Tétel a függvény Taylor-sorba való felbontásáról. Általánosított hatványsorok. Laurent-sorok. A tétel az analitikus függvények egyediségéről.

Téma 14. Analitikus függvények.

Az analitikus függvények zérusai. Az analitikus függvények modul maximumának elve.

Az analitikus függvények különleges pontjai, pólusok. Tétel a kiküszöbölhető különleges pontról. Lényeges különleges pontok. Sokhotsky-tétel.

Téma 15. Reziduumok.

Reziduumok. A reziduumok alapvető tétele. Logaritmikus reziduumok. Tunyin-tétel. A reziduumok alkalmazása az integrálok számításához. A függvények analitikus folytatása. Laplace-transzformáció.

A szemináriumok fő témakörei:

Modul 1.

Téma 1. Komplex számok.

Komplex számok. Műveletek a komplex számokkal. A komplex szám trigonometrikus alakja.

Téma 2. Komplex számok sorozatai.

Stereografikus vetítés, Riemann-gömb. Komplex számok sorozatának határértéke. Tulajdonságok.

Téma 3. Komplex számok sorai.

Komplex számok sorai. A sor konvergenciája. Abszolút és feltételes konvergencia.

Téma 4. Komplex változós függvények.

Komplex változós függvények. Egyértékű és többértékű függvények. A komplex változós függvények határértéke, folytonossága és egyenletes folytonossága. Komplex változós elemi függvények.

Téma 5. A komplex változós függvény deriváltja.

A komplex változós függvény deriváltja, a függvény differenciálhatósága. A monogén, analitikus függvény fogalma. A Cauchy–Riemann-feltételek.

Téma 6. A komplex változós függvény differenciálásának alapvető képletei és szabályai.

A komplex változós függvény differenciálásának alapvető képletei és szabályai. A derivált argumentumának és modulusának geometriai jelentése.

Téma 7. A komplex változós függvények osztályozása.

Szimmetrikus pontok. Tétel a körre vonatkozó szimmetrikus pontokról. Lineáris függvény, tulajdonságok. Racionális lineáris függvény, tulajdonságok. A három pontra vonatkozó tétel. Tétel a szimmetrikus pontokról. Zsukovszkij-függvény. Exponenciális és trigonometrikus függvények által végrehajtott leképezések.

Második tematikai modul. A komplex változós függvény integrálja. Funkcionális sorozatok és komplex változós függvények sorai. Reziduumok.

Témák:

Téma 8. A komplex változós függvény integrálja. Tulajdonságok.

Modul 2

Téma 9. Cauchy-tételek a komplex változós függvény integráljáról.

Cauchy-tételek a komplex változós függvény integráljáról. Cauchy-típusú integrál.

Téma 10. Az primitív függvény létezésének feltételei.

Az primitív függvény létezésének feltételei. Morera- és Goursat-tételek.

Téma 11. Cauchy integrálképlete.

Cauchy integrálképlete. Következmények. Liouville-tétel.

Téma 12. Newton–Leibniz formula.

Az algebra alaptétele. A komplex változós függvény primitív függvénye.

Téma 13. Funkcionális sorozatok és komplex változós függvények sorai.

Komplex változós függvények funkcionális sorozatai. Funkcionális sorok, egyenletes konvergencia tulajdonságok. Hatványsorok. Abel-tétel, konvergenciasugár. A hatványsor egyenletes konvergenciája, tulajdonságok. Taylor-sorok. Tétel a függvény Taylor-sorba való felbontásáról. Általánosított hatványsorok. Laurent-sorok. A tétel az analitikus függvények egyediségéről.

Téma 14. Analitikus függvények.

Az analitikus függvények zérusai. Az analitikus függvények modul maximumának elve.

Az analitikus függvények különleges pontjai, pólusok. Tétel a kiküszöbölhető különleges pontról. Lényeges különleges pontok. Sokhotsky-tétel.

Téma 15. Reziduumok.

Reziduumok. A reziduumok alapvető tétele. Logaritmikus reziduumok. Tunyin-tétel. A reziduumok alkalmazása az integrálok számításához. A függvények analitikus folytatása. Laplace-transzformáció.

Az önálló munka fő témakörei:

Modul 1.

Téma 1. Komplex számok.

Komplex számok. Műveletek a komplex számokkal. A komplex szám trigonometrikus alakja.

Téma 2. Komplex számok sorozatai.

Stereografikus vetítés, Riemann-gömb. Komplex számok sorozatának határértéke. Tulajdonságok.

Téma 3. Komplex számok sorai.

Komplex számok sorai. A sor konvergenciája. Abszolút és feltételes konvergencia.

Téma 4. Komplex változós függvények.

Komplex változós függvények. Egyértékű és többértékű függvények. A komplex változós függvények határértéke, folytonossága és egyenletes folytonossága. Komplex változós elemi függvények.

Téma 5. A komplex változós függvény deriváltja.

	A komplex változós függvény deriváltja, a függvény differenciálhatósága. A monogén, analitikus függvény fogalma. A Cauchy–Riemann-feltételek. Téma 6. A komplex változós függvény differenciálásának alapvető képletei és szabályai. A komplex változós függvény differenciálásának alapvető képletei és szabályai. A derivált argumentumának és modulusának geometriai jelentése. Téma 7. A komplex változós függvények osztályozása. Szimmetrikus pontok. Tétel a körre vonatkozó szimmetrikus pontokról. Lineáris függvény, tulajdonságok. Racionális lineáris függvény, tulajdonságok. A három pontra vonatkozó tétel. Tétel a szimmetrikus pontokról. Zsukovszkij-függvény. Exponenciális és trigonometrikus függvények által végrehajtott leképezések. Második tematikai modul. A komplex változós függvény integrálja. Funkcionális sorozatok és komplex változós függvények sorai. Reziduumok. Témák: Téma 8. A komplex változós függvény integrálja. Tulajdonságok. Modul 2 Téma 9. Cauchy-tételek a komplex változós függvény integráljáról. Cauchy-tételek a komplex változós függvény integráljáról. Cauchy-típusú integrál. Téma 10. Az primitív függvény létezésének feltételei. Az primitív függvény létezésének feltételei. Morera- és Goursat-tételek. Téma 11. Cauchy integrálképlete. Cauchy integrálképlete. Következmények. Liouville-tétel. Téma 12. Newton–Leibniz formula. Az algebra alaptétele. A komplex változós függvény primitív függvénye. Téma 13. Funkcionális sorozatok és komplex változós függvények sorai. Komplex változós függvények funkcionális sorozatai. Funkcionális sorok, egyenletes konvergencia tulajdonságok. Hatványsorok. Abel-tétel, konvergenciasugár. A hatványsor egyenletes konvergenciája, tulajdonságok. Taylor-sorok. Tétel a függvény Taylor-sorba való felbontásáról. Általánosított hatványsorok. Laurent-sorok. A tétel az analitikus függvények egyediségéről. Téma 14. Analitikus függvények. Az analitikus függvények zérusai. Az analitikus függvények modul maximumának elve. Az analitikus függvények különleges pontjai, pólusok. Tétel a kiküszöbölhető különleges pontról. Lényeges különleges pontok. Sokhotsky-tétel. Téma 15. Reziduumok. Reziduumok. A reziduumok alapvető tétele. Logaritmikusz reziduumok. Tunyin-tétel. A reziduumok alkalmazása az integrálok számításához. A függvények analitikus folytatása. Laplace-transzformáció.
Очікувані інтегровані, загальні та фахові компетентності Elvárt kompetenciák	Перелік компетентностей випускника ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до застосування знань у практичних ситуаціях. ЗК3. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово, до комунікації іноземною мовою за предметною спеціальністю. ФК1. Здатність перенесення системи наукових знань у професійну діяльність та в площину навчального предмету. ФК11. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі. ФК12. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок; здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих. ФК14. Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів. ЗК1. Absztrakt gondolkodásra, elemzésre és szintézisre való képesség, valamint a tudás gyakorlati helyzetekben való alkalmazásának képessége. ЗК3. Képesség az államnyelven való szóbeli és írásbeli kommunikációra, valamint idegen nyelven való szakmai kommunikációra a tantárgyi szakterületen. ФК1. Képesség a tudományos ismeretrendszer átvitelére a szakmai tevékenységbe és a tantárgyi oktatásba.

	ФК11. Képesség a matematikai érvelések és azok következtetéseinek a célnak megfelelő formában való bemutatására, továbbá más személyek matematikai érveléseinek elemzésére és megvitatására, akik ugyanazon feladat megoldásában vesznek részt. ФК12. Képesség érvelések végrehajtására és az érvelési láncok kiemelésére matematikai bizonyításokban az axiomatikus megközelítés alapján, valamint ezek logikai sorrendbe állítására; képesség megkülönböztetni a főbb ötleteket a részletektől és technikai kifejtésektől; képesség formális bizonyítások konstruálására axiómákból és posztulátumokból, valamint a valószínű érveket a formálisan hibátlan érvektől való elkülönítésre. ФК14. Képesség matematikai struktúrák elemzésére, beleértve a használt matematikai megközelítések megalapozottságának és hatékonyságának értékelését.
Програмні результати навчання Elvárt tanulási eredmények	ПРН2. Демонструє вміння навчати учнів державною мовою; формувати та розвивати їх мовнокомунікативні уміння і навички засобами навчального предмету та інтегрованого навчання. ПРН3. Називає і аналізує методи цілепокладання, планування та проектування процесів навчання і виховання учнів на основі компетентнісного підходу з урахуванням їх освітніх потреб; класифікує форми, методи і засоби навчання предмету в закладах загальної середньої освіти. ПРН4. Здійснює добір і застосовує сучасні освітні технології та методики для формування предметних компетентностей учнів; критично оцінює результати їх навчання та ефективність уроку. ПРН7. Демонструє знання основ фундаментальних і прикладних наук (відповідно до предметної спеціальності), оперує базовими категоріями та поняттями предметної області спеціальності. ПРН8. Генерує обґрунтовані думки в галузі професійних знань як для фахівців, так і для широкого загалу державною та іноземною мовами. ПРН12. Аналізує власну педагогічну діяльність та її результати, здійснює об'єктивну самооцінку і самокорекцію своїх професійних якостей. ПРН14. Пояснює основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, описує сучасні тенденції в математиці. ПРН15. Демонструє знання фундаментальної математики на рівні теоретичних основ і застосовує методи алгебри, математичного аналізу, аналітичної та диференціальної геометрії, топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей і математичної статистики, теорії функцій комплексної змінної для досягнення інших результатів освітньої програми. ПРН16. Називає принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовує умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень. ПРН17. Демонструє навички розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; виконує базові перетворення для специфічних ситуацій, застосовує навички управління інформацією і комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних. ПРН19. Називає і описує суть методів математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів. ПРН20. Демонструє навички розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.. ПРН22. Знаходить потрібну науково-технічну інформацію у спеціальній науковій і методичній літературі, базах даних та інших джерелах інформації, зокрема іноземною мовою. ПРН24. Показує здатність формувати ціннісний аспект математичного знання, координувати його емоційне сприйняття учнями, розробляти і пропонувати різні форми та види виховання позитивного ставлення до математики та мотивації учнів до засвоєння її основ та методів. ПРН2. Bemutatja az államnyelven történő tanítás képességét; a tanulók nyelvi-kommunikációs készségeinek és képességeinek kialakítását és fejlesztését a tantárgyi oktatás és az integrált tanulás eszközeivel. ПРН3. Megnevezi és elemzi a célkitűzés, a tervezés és az oktatási-nevelési folyamatok tervezésének módszereit a kompetenciaalapú megközelítés alapján, figyelembe véve a tanulók oktatási szükségleteit; osztályozza a középfokú oktatási intézményekben alkalmazott tantárgyi oktatás formáit, módszereit és eszközeit.

	PIPH4. Kiválasztja és alkalmazza a modern oktatástechnológiákat és módszertanokat a tanulók tantárgyi kompetenciáinak kialakítására; kritikusan értékeli tanulási eredményeiket és az óra hatékonyságát. PIPH7. Bemutatja az alapvető és alkalmazott tudományok alapjainak ismeretét (a tantárgyi szakterületnek megfelelően), kezeli a szakterület alapvető kategóriáit és fogalmainak. PIPH8. Megalapozott véleményeket fogalmaz meg a szakmai tudás területén mind a szakemberek, mind a szélesebb közönség számára államnyelven és idegen nyelveken. PIPH12. Elemzi saját pedagógiai tevékenységét és annak eredményeit, objektív önértékelést és önkorrekciót végez szakmai tulajdonságain. PIPH14. Elmagyarázza a matematikai ismeretek és paradigmák történeti fejlődésének főbb szakaszait, leírja a matematika jelenlegi tendenciáit. PIPH15. Bemutatja az alapvető matematika ismeretét elméleti szinten, és alkalmazza az algebra, a matematikai analízis, az analitikus és differenciálgeometria, a topológia, a funkcionálanalízis és a differenciálegyenletek elméletének, a valószínűség-számítás és a matematikai statisztika, valamint a komplex változós függvények elméletének módszereit az oktatási program egyéb eredményeinek eléréséhez. PIPH16. Megnevezi a modus ponens (a logikai állítások levezetésének szabálya) és a modus tollens (ellentmondásos bizonyítás) elveit, és alkalmazza a matematikai állítások feltételeit, megfogalmazásait, következtetéseit, bizonyításait és következményeit. PIPH17. Bemutatja a konkrét, formalizált formában megfogalmazott matematikai feladatok megoldásának készségeit; alapvető átalakításokat hajt végre specifikus helyzetekben, alkalmazza az információkezelés és az adatok statisztikai elemzésére szolgáló számítógépes eszközök használatát. PIPH19. Megnevezi és leírja a természeti és/vagy társadalmi folyamatok matematikai modellezésének módszereinek lényegét. PIPH20. Bemutatja a matematikai analízis, algebra, differenciál- és integrálegyenletek, valamint az optimalizáció tipikus feladatainak numerikus módszerekkel történő megoldásának készségeit. PIPH22. Megtalálja a szükséges tudományos-technikai információkat a speciális tudományos és módszertani irodalomban, adatbázisokban és egyéb információforrásokban, beleértve az idegen nyelvűeket is. PIPH24. Bemutatja a képességet a matematikai tudás értékbeli aspektusának kialakítására, annak tanulók általi érzelmi befogadásának koordinálására, különféle formák és módszerek kidolgozására és ajánlására a matematika iránti pozitív hozzáállás és a tanulók motivációjának fejlesztésére a matematika alapjainak és módszereinek elsajátításához.
Критерії контролю та оцінювання результатів навчання Számonkérés és értékelés rendszere, szempontjai	
Поточний контроль (форма проміжної перевірки знань студентів протягом семестру) Мета поточного контролю — слідкувати за успішністю студентів і вчасно виявляти проблеми в засвоєнні матеріалу. Folyamatos értékelés (a hallgató ismereteinek mérése és ellenőrzése a félév során) A folyamatos ellenőrzés célja, hogy nyomon kövesse a hallgatók tanulmányi előmenetelét, és időben feltárja az anyag elsajátításával kapcsolatos problémákat.	Підсумковий контроль (оцінювання знань студентів наприкінці вивчення навчальної дисципліни) Мета підсумкового контролю — визначити рівень засвоєння навчального матеріалу за весь курс. Záró értékelés (a hallgatók tudásának értékelése az adott tantárgy végén). A záró értékelés célja, hogy meghatározza a tananyag elsajátításának szintjét a teljes kurzus végén.
Форми, методи, інструменти контролю Ellenőrzés formái, módszerei, eszközei	Максимальна к-сть балів, що накопичуються Форми, методи, інструменти контролю Ellenőrzés formái, módszerei, eszközei Максимальна к-сть балів, що накопичуються Megszerezhető pontok (maximum)

	Megszerezhető pontok (maximum)		
Активність на практичних, семінарських заняттях Aktivitás a gyakorlati, szemináriumi órákon		Іспит (екзамен): усний Vizsga: szóbeli	40
Виконання індивідуальних завдань Egyéni feladatok elvégzése (pl. beadandók)			
Виконання занять у групі Csoportos feladatok			
Написання контрольних робіт, тестів Dolgozatok (ZH-k), tesztek megírása			
Виконання лабораторних робіт Labormunkák leadása			
Виконання завдань із самостійної роботи Önálló munka feladatainak elvégzése (pl. beadandók)	60		
Максимальні кількість балів / Megszerezhető összpontszám: 60			
Чи є можливість отримати оцінку «автоматом»? Van-e lehetőség megajánlott (automatikus) jegybeírásra?			
Так, при умові: Igen, az alábbi feltételekkel:	Так, при умові, що студент набрав 60 балів протягом семестру з 60 можливих. Igen, azzal a feltétellel, hogy a hallgató a szemeszter során 60 pontot szerzett a lehetséges 60-ból.		
Hi Nem	Складання іспиту/ заліку є обов'язковим. A vizsga / beszámoló kötelező.		
Доступ до «Google Classroom» OK A képzési komponenshez tartozó Google Classroom linkje	3yo5h3hs https://meet.google.com/hrn-srsm-qhu		
Рекомендовані джерела (основна та допоміжна література, електронні та онлайн інформаційні ресурси) Tananyagok (kötelező és ajánlott szakirodalom, elektronikus és online tananyagok stb.)	Основна література / Kötelező szakirodalom / Required Reading: 1. Ващук Ф.Г. Практикум з вищої математики. Частина 4: Функції комплексної змінної, операційне числення, рівняння математичної фізики / Ужгород: ЗакДУ. – 2012. 2. Стойка М.В. Теорія функцій комплексної змінної. Методичні вказівки для практичних занять (для студентів 3-го курсу спеціальності 014 Середня освіта (Математика). ЗУІ. 2024 р. С. 44. 3. Szász Gábor Matematika I.: Vektorok, komplex számok, egyváltozós valós függvények / – Bp.: Nemzeti Tankönyvkiadó, – 1997. 4. Szőkefalvi-Nagy Béla Komplex függvénytan – egységes jegyzet / –Bp.: Tankönyvkiadó, – 1975. 5. Fuksz B.A. Komplex változós függvények és néhány alkalmazásuk / –Bp.: Tankönyvkiadó, – 1976 6. Sztojka M. KOMPLEX FÜGGVÉNYTAN. Módszertani utmutató dolgozatokhoz. II. RFKMF. Beregszász. 2025. Old. sz. 85 LINK: https://okt.kmf.uz.ua/mit/oktat-mit/METODYCHNI_VKAZIVKY/2025/Matematika/Komplex_analizis_dolgozat.pdf 7. Sztojka M. KOMPLEX FÜGGVÉNYTAN. Módszertani utmutató önálló munkához. II. RFKMF. Beregszász. 2025. Old. sz. 37 LINK: https://okt.kmf.uz.ua/mit/oktat-mit/METODYCHNI_VKAZIVKY/2025/Matematika/Komplex_analizis_onallo.pdf 8. Sztojka M. KOMPLEX FÜGGVÉNYTAN. Módszertani utmutató gyakorlati órákhoz. II. RFKMF. Beregszász. 2025. Old. sz. 38		

	LINK: https://okt.kmf.uz.ua/mit/oktat-mit/METODYCHNI_VKAZIVKY/2025/Matematika/Komplex_analizis_gyak.pdf Додаткова література / Kiegészítő irodalom / Additional Reading: 1. Stoika M. V., Styopochkina M. V. On Hasse diagrams connected with the poset (1,2,7). Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки, (4), 16-19 (2020). DOI: https://doi.org/10.17721/1812-5409.2020/4.2 LINK: https://doi.org/10.17721/1812-5409.2020/4.2 2. Bondarenko V. M., Stepochkina M.V., Stoika M.V., “The coefficients of transitiveness of the posets of MM-type being the smallest supercritical poset of width 3,” Прикл. проблеми механіки і математики, Вип. 18, 11–13 (2020) DOI: https://doi.org/10.15407/apmm2020.18.11-13 LINK: https://doi.org/10.15407/apmm2020.18.11-13 3. Bondarenko V. M., Stoika M. V., Styopochkina M. V. The coefficients of transitivity of the posets of MM-type being the highest supercritical poset // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і інформатика». Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2022. Т. 40, № 1. 11-18 с. DOI: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2022.40(1).11-18 LINK: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2022.40(1).11-18 4. Бондаренко В.М., Стойка М.В., Стьопочкіна М.В. Про комбінаторні властивості частково впорядкованих множин надсуперкритичного ММ-типу найменшого порядку // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія "Математика і інформатика" Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2023. Т.42, №1. С. 9-14. DOI: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.42(1) LINK: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.42(1) 5. Бондаренко, В. М., Орловська, Ю. М., & Стойка, М. В. (2025). Про комбінаторні властивості частково впорядкованих множин надсуперкритичного ММ-типу (2,3,3). Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і інформатика», 46(1), 9–12. https://doi.org/10.24144/2616-7700.2025.46(1).9-12 DOI: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2025.46(1).9-12 LINK: http://visnyk-math.uzhnu.edu.ua/article/view/332616 6. Márk Oláh , Myroslav Stoika and Csaba Vincze Non-transitive subgroups of co-rank one in the orthogonal group. Publicationes Mathematicae Debrecen, 2025/ 106 / 3-4. p. 265-283. DOI: 10.5486/PMD.2025.9666 LINK: https://www.researchgate.net/publication/390506828_Non-transitive_subgroups_of_co-rank_one_in_the_orthogonal_group	
Якою мірою можна використовувати ШІ (штучний інтелект) під час проходження курсу? Згідно з шкалою: https://kmf.uz.ua/wp-content/uploads/2024/11/zagalni-rekomendacii-vikoristannja-shtuchnogo-intelektu-v-navchanni-ta-vikladanni-uzui.pdf Milyen mértékben használható az AI (mesterséges intelligencia) a kurzus során? Az intézményi skála szerint: https://kmf.uz.ua/wp-content/uploads/2024/11/ai-tablazat-hu.pdf	Під час підготовки до семінарських і практичних занять: A szemináriumi, gyakorlati órákra való felkészülés során:	0
	Під час виконання індивідуальних завдань: Az egyéni feladatok készítése során:	0
	Під час виконання групових завдань: A csoportos feladatok készítése során:	0
	Під час самостійної роботи: Az önálló munka és feladatok során:	0
Мова (мови) курсу A kurzus nyelve(i) Language(s) of the course	Українська, Угорська Ukrán, Magyar Ukrainian, Hungarian	
Технічне й програмне забезпечення/обладнання, наочність		

Technikai és informatikai háttér	
Інша інформація, пов'язана з ОК A tantárggyal kapcsolatos egyéb információ	Навчальні досягнення бакалаврантів із дисципліни «Комплексний аналіз» оцінюються за модульно-рейтинговою системою, в основу якої покладено принцип поопераційної звітності, накопичувальної системи оцінювання рівня знань, умінь та навичок; розширення кількості підсумкових балів до 100. Важливою передумовою допуску до екзамену є відпрацювання пропущених лекційних занять. Контроль проводиться, як правило, шляхом письмового виконання індивідуальних завдань із подальшою перевіркою їх викладачем та оголошення оцінки. До іспиту допускаються студенти, які відвідували лекційні та практичні заняття, опрацювали рекомендований мінімум навчальних завдань, прозвітували про самостійну роботу, і накопили мінімум 60% балів на протязі одного семестру.
	A „Komplex analízis” tantárgyból a hallgatók tanulmányi eredményeit moduláris értékelési rendszer szerint értékelik, amely a műveletek szerinti beszámolás elvén, a tudás, készségek és jártasságok halmozott értékelési rendszerén alapul; a végső pontszámok száma 100-ra bővül. A vizsgára bocsátás fontos feltétele az elmaradt előadások pótlása. Az ellenőrzés általában írásbeli egyéni feladatok elvégzésével történik, melyeket a tanár ellenőriz, majd értékelést hirdet. A vizsgára azok a hallgatók bocsáthatók, akik részt vettek az előadásokon és a gyakorlatokon, elvégezték a javasolt minimális tanulmányi feladatokat, beszámoltak az önálló munkáról, és egy félév alatt legalább 60%-ot szereztek a pontokból.

	Tanulmányi összpontszám	ECTS osztályzat	Osztályzat a nemzeti skála szerint	
			vizsga, évfolyammunka és gyakorlat esetén	beszámoló esetén
	90 – 100	A	jeles	megfelelt
	82-89	B	jó	
	75-81	C		
	64-74	D	elégséges	
	60-63	E		
	35-59	FX	elégtelen a pótvizsga lehetőségével	nem felelt meg, a pótbeszámoló lehetőségével
	0-34	F	elégtelen, a tárgy újrafelvételének kötelezettségével	nem felelt meg, a tárgy újrafelvételének kötelezettségével

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
75-81	C		
64-74	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

Методи викладання, які використовуються / Alkalmazott oktatási-tanítási módszerek / Methods of teaching used:

	Метод / Módszer	Характеристика / Jellemzők	Переваги / Előnyök	Використовуються / Használat
Класичні методи (за характером пізнання) / Klasszikus módszerek (ismeret jellege szerint)	Пояснювально-ілюстративний / Magyarázó-illusztratív	Лекції, пояснення. / Előadások, magyarázatok.	Структурованість, традиційність, досвід. / Strukturáltság, hagyományosság, tapasztalat.	
	Репродуктивний / Reprodukatív	Відтворення інформації. / Információ reprodukálása.	Закріплення знань. / Az ismeretek megszilárdítása.	
	Обговорення / Eszmecsere	Дискусія на семінарських заняттях. / Vita a szemináriumi foglalkozásokon.	Підсилює критичне та аналітичне мислення. / Erősíti a kritikai és analitikus gondolkodást.	
Інноваційні та активні методи / Innovatív és aktív módszerek	Активне навчання (Active Learning) / Aktív tanulás (Active Learning)	Студенти активно здійснюють дослідницьку чи практичну діяльність: групова робота, рольові ігри, симуляції, кейс-стадії. / A hallgatók aktívan végeznek kutatási vagy gyakorlati tevékenységet: csoportmunka, szerepjátékok, szimulációk, esettanulmányok.	Знижує рівень невдач та підвищує успішність студентів порівняно з лекційною формою / Csökkenti a kudarcok arányát és növeli a hallgatók eredményességét a hagyományos előadásos formához képest.	
Інші методи / Egyéb módszerek	Консультування / Konzultáció	Бесіда з студентами у позаурочний час. / Beszélgetés a hallgatókkal órán kívül.	Дає можливість на індивідуальний розвиток, дозволяє орієнтуватися на індивідуальні потреби студентів. / Lehetővé teszi az egyéni fejlődést, figyelembe veszi a hallgatók egyéni igényeit.	
	Контрольно-оцінювальний. / Ellenőrző-értékelő	Виступ, тестування, контрольна робота. / Előadás, tesztelés, dolgozat.	Навчання через контрольні заходи. / Tanulás ellenőrzési tevékenységeken keresztül.	