

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Закарпатський угорський університет
імені Ференца Ракоці II
кафедра математики та інформатики

ВІКТОРІЯ ДЗЯМКО, ЛІВІА МЕСАРОШ
Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи
з наукових основ шкільного курсу математики
для студентів магістрів середньої освіти (Математика)



Берегове -- 2026

Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи з наукових основ шкільного курсу математики для студентів магістрів середньої освіти (Математика). Укладачі: Дзямко В.Й., Месарош Л.В. Берегове: Закарпатський угорський університет ім. Ференца Ракоці II, 2026.– с.

Затверджено до використання у навчальному процесі
на засіданні кафедри математики та інформатики ЗУУ ім. Ференца Ракоці II
(протокол № 7 від 16 квітня 2026 року.)

Розглянуто та рекомендовано Радою із забезпечення якості вищої освіти
Закарпатського угорського університету ім. Ференца Ракоці II
(протокол №4 від «29 » квітня 2026)

Рекомендовано до видання в електронній формі (PDF)
рішенням Вченої ради Закарпатського угорського університету ім. Ференца Ракоці II
(протокол №4 від «30» квітня 2026)

Укладачі методичних вказівок:

Вікторія ДЗЯМКО – доцент кафедри математики та інформатики
ЗУУ імені Ференца Ракоці II, кандидат педагогічних наук, доцент
Лівія МЕСАРОШ – доцент кафедри математики та інформатики
ЗУУ імені Ференца Ракоці II, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Рецензенти:

Мирослав СТОЙКА – доцент кафедри математики та інформатики
ЗУУ імені Ференца Ракоці II, кандидат фізико-математичних наук, доцент

За зміст методичної вказівки відповідальність несуть розробники

Відповідальний за випуск:

Мирослав Стойка – завідувач кафедри математики та інформатики ЗУУ ім.
Ф.Ракоці II, доцент, кандидат фізико-математичних наук

Видавництво: Закарпатський угорський університет імені Ференца Ракоці II
(адреса: пл. Кошута 6, м. Берегове, 90202. Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua)

Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи з наукових основ шкільного курсу математики для студентів магістрів середньої освіти (Математика) передбачають контрольні-сміслові запитання та завдання репродуктивного характеру і методичні завдання реконструктивного та творчого характеру – завдання різного ступеня складності, що сприяє розвитку критичного мислення магістрів та їх дослідницьких навичок.

ЗМІСТ

Зміст	3
ВСТУП	4
Тема 1. Математика як наука. Методологічні основи математики.....	5
Тема 2. Теорія множин і шкільна математика. Відповідності і відношення у шкільній математиці	5
Тема 3. Логічна структура арифметики та її навчання. Теоретико-множинний та аксіоматичний підходи до побудови арифметики цілих невід’ємних чисел	6
Тема 4. Розширення поняття про число в межах шкільного курсу математики	8
Тема 5. Наукові основи змістової лінії «Рівняння і нерівності» шкільного курсу математики	9
Тема 6. Наукові основи змістової лінії «Функції» шкільного курсу математики..	11
Тема 7. Границя функції. Неперервність функції. Методичні підходи до навчання у школі та ЗВО.....	13
Тема 8. Застосування похідної в курсі алгебри і початків аналізу та в курсі математичного аналізу	14
Тема 9. Первісна та інтеграл в курсі алгебри і початків аналізу та в курсі математичного аналізу	16
Тема 10. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики в курсі алгебри 9-го класу, в курсі алгебри і початків аналізу старшої профільної школи та наукові основи їх навчання	17
Література	20

Вступ

Методичні вказівки до самостійної роботи з дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики» розроблені відповідно до освітньо-професійної програми підготовки магістрів спеціальності «Середня освіта (Математика)».

Сучасний етап розвитку математичної освіти вимагає від викладача не лише вільного володіння алгоритмами розв'язання задач, а й глибокого розуміння логіко-генетичної структури навчального матеріалу. Магістрант має вміти здійснювати методологічний аналіз шкільних тем, простежувати зв'язок між абстрактними математичними теоріями та їхньою адаптацією у шкільних підручниках.

Метою самостійної роботи є поглиблення теоретичних знань студентів, формування дослідницької компетентності та розвиток навичок критичного аналізу дидактичних систем. У процесі виконання завдань магістранти вчаться обґрунтовувати вибір методичних підходів, порівнювати різні концепції побудови змістових ліній (числової, функціональної, геометричної тощо) та розробляти власні методичні рекомендації для навчання учнів.

У результаті опрацювання матеріалів, запропонованих у вказівках, студент має:

- **знати:** наукові обґрунтування ключових понять шкільної математики, історію формування математичних теорій та сучасні тенденції розвитку методичної науки;
- **вміти:** трансформувати складні наукові знання у доступні для учнів форми без втрати строгості викладу, проводити порівняльний аналіз чинних підручників та проектувати інноваційні моделі уроків.

Кожна тема самостійної роботи містить перелік питань для самоконтролю, практичні завдання дослідницького характеру та список рекомендованих

джерел. Систематичне виконання запропонованих завдань сприятиме підготовці кваліфікованого фахівця, здатного до творчої педагогічної діяльності в умовах профільної школи.

Тема 1. Математика як наука. Методологічні основи математики.

Про методологію математики. Предмет математики та її характерні риси. Основні етапи розвитку математики (Період зародження математики. Математика сталих величин. Математика змінних величин. Сучасний період розвитку математики). Математичні методи пізнання. (Математика і дійсність. Математичні моделі дійсності. Абстракція ототожнення та ідеалізація у математиці). Аксиоматичний метод у математиці.

Мета навчання: окреслити коло питань, які утворюють предмет методології математики; розглянути предмет математики та характерні риси математичної науки; згадати основні етапи розвитку математики, математичні методи пізнання та розкрити роль аксіоматичного методу у математиці; ознайомити студентів з предметом, метою і основними завданнями навчання курсу «НОШКМ».

Завдання.

- 1) Згадати питання, які утворюють предмет методології математики, методологічні знання загальнонаукового та конкретно наукового рівня.
- 2) Використовуючи відповідну наукову та навчально-методичну літературу, визначити предмет математики та її характерні риси.
- 3) Згадати основні етапи розвитку математики.
- 4) Охарактеризувати математичні методи пізнання.
- 5) Розкрити роль аксіоматичного методу у математиці.
- 6) Ознайомитись з предметом, метою і основними завданнями навчання курсу «НОШКМ».

Контрольно-смыслові запитання і завдання репродуктивного характеру

1. Які тлумачення поняття «методологія» існують?
2. Які види та рівні методології існують?
3. Що є предметом математики? Які характерні риси математичної науки виділяють?
4. Охарактеризуйте основні етапи розвитку математики.
5. Які методи математичного пізнання дійсності існують? Охарактеризуйте метод побудови математичних моделей явищ, що вивчаються.
6. Що таке абстракція ототожнення та ідеалізація? Як їх використовують у математиці?
7. В чому полягає суть аксіоматичного методу? Наведіть приклади його використання в математиці.

Тема 2. Теорія множин і шкільна математика. Відповідності і відношення у шкільній математиці. Розвиток теорії множин. Основні поняття теорії множин. Місце теми в програмі. Вимоги до математичної підготовки учнів. Порівняльний аналіз викладу теоретичного матеріалу, пов'язаного з множинами на різних ступенях навчання з загальнонауковими. З'ясування методичних особливостей системи задач, призначених для вивчення елементів теорії множин у шкільному та вузівському курсах математики. Створення такої системи. Аналіз ШКМ на предмет наявності в ньому відповідностей і відношень. Вивчення властивостей згаданих відповідностей і відношень у вузівському та ШКМ. Методика навчання: множин та операцій над ними, відношень включення, еквівалентності, порядку.

Мета навчання: визначити місце та роль фундаментальних математичних понять множина, відповідність, відношення у ШКМ, сприяти усвідомленню студентами змісту теоретико-множинного аспекту у викладі основ ШКМ, вчити здійснювати порівняльний аналіз означень понять шкільного курсу з загальнонауковими.

Завдання.

- 1) Провести аналіз Державного стандарту базової й повної загальної середньої освіти (освітня галузь «математика»), навчальних програм з математики для основної та старшої школи та визначити місце множин (числових, точкових) та понять пов'язаних з ними.
- 2) Навести приклади множин, які зустрічаються в курсі математики основної та старшої школи.
- 3) Дослідити виникнення і розвиток **теорії множин** в історії математики.
- 4) Зробити *порівняльний аналіз* викладу теоретичного матеріалу, пов'язаного з множинами на різних ступенях навчання з загальнонауковими. З'ясувати, які *поняття теорії множин* вивчаються в шкільному курсі математики? Чим відрізняються методи введення та формування цих понять у шкільному та вузівському курсах математики?
- 5) З'ясувати за рахунок вивчення яких понять та їх властивостей відбувається розширення даної теми у вузівському курсі математики.
- 6) Підібрати систему задач, в розв'язуванні яких множини та операції над ними відіграють першорядну роль, та розробити методику навчання учнів (студентів) їх розв'язування. З'ясувати методичні особливості задач, створеної системи.
- 7) Провести аналіз ШКМ на предмет наявності в ньому відповідностей і відношень. Розглянути відношення включення множин, відношення еквівалентності, відношення порядку у шкільній математиці та у вузівському курсі математики.
- 8) Повторити властивості відношень, які вивчаються в вузівському курсі математики та з'ясувати, які властивості мають відношення ШКМ.

Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру

1. Яке місце займають множини та операції над ними у шкільному курсі математики? Проаналізуйте зміст навчального матеріалу та державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів (очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів), зазначені у діючих шкільних програмах з математики для основної та старшої школи.
2. Наведіть приклади множин, які зустрічаються в курсі математики основної та старшої школи.
3. З дослідженнями яких вчених пов'язані виникнення і розвиток теорії множин?
4. Які поняття теорії множин вивчаються в шкільному курсі математики? Які методи використовуються під час введення та формування згаданих понять? Наведіть приклади.
5. Чим відрізняються методи введення та формування цих понять у вузівському курсі математики?

6. За рахунок вивчення яких понять та їх властивостей відбувається розширення даної теми у вузівському курсі математики?

Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру

1. Підберіть систему задач призначену для засвоєння теми «Множини і відношення між ними». У якості прикладів візьміть множини зі шкільної математики. Які завдання відмінні від завдань діючих шкільних підручників слід включити до неї? У чому особливості цих нетипових завдань?

2. Виокремте типи задач, призначених для навчання теми «Операції над множинами». З'ясуйте, чи всі типи задач вузівського курсу математики, пов'язані з цією темою, розглядають в школі. Якщо ні, то запропонуйте приклади таких задач та методику навчання їх розв'язування.

3. Підберіть приклади окремих задач ШКМ під час розв'язування яких, явно чи неявно, використовується поняття декартового добутку множин. Запропонуйте методику навчання учнів їх розв'язування.

4. Згадайте означення відповідності між елементами двох множин через декартів добуток множин, наочні способи подання відповідностей, образи і прообрази елементів і множин. На окремих прикладах продемонструйте застосування цього матеріалу у ШКМ.

5. Згадайте означення відношення. Наведіть приклади основних відповідностей і відношень, які мають місце у шкільному курсі математики. Розгляньте властивості цих відношень.

Тема 3. Логічна структура арифметики та її навчання. Теоретико-множинний та аксіоматичний підходи до побудови арифметики цілих невід'ємних чисел.

Розвиток арифметики в історії математики. Основні поняття арифметики. Місце теми в програмах для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 1–4 класи. Математика 5–9 класи. Вимоги до математичної підготовки учнів. Основні напрями повторення, систематизації, поглиблення уточнення і розширення відомостей про натуральні числа в курсі математики 5–6 класів. Особливості та відмінності у формуванні поняття про число, читанні та записуванні багатоцифрових чисел, зображенні натуральних чисел на координатному промені, порівнянні натуральних чисел на різних ступенях навчання (курс математики початкової школи, курс математики 5–6 класів, вузівський курс математики). Теоретико-множинний та аксіоматичний підходи до побудови арифметики цілих невід'ємних чисел. Їх застосування в курсі математики початкової та основної школи. Алгебраїчні основи змістової лінії «Числа». Основні алгебраїчні операції шкільного курсу математики. Різні підходи до вивчення їх основних властивостей. Формування обчислювальних навичок. Подільність натуральних чисел. Властивості та ознаки. Найбільший спільний дільник (НСД) та найменше спільне кратне (НСК). Спільне та відмінне у вивченні цього матеріалу у шкільному та вузівському курсах математики.

Мета навчання: визначити місце та роль фундаментальних математичних понять (множина, взаємно однозначна відповідність, відрізок натурального ряду, лічба елементів, відношення еквівалентності, відношення «безпосередньо йде за», відношення порядку, класи еквівалентних множин, кількісне (кардинальне) натуральне число, потужність множини, операції над множинами, порядкове натуральне число, алгебраїчна операція, бінарна операція, числове кільце, числове поле та ін.) у змістовій лінії «Числа» курсу математики основної школи, сприяти усвідомленню студентами теоретико-множинного та аксіоматичного підходів у викладі теоретичного матеріалу згаданої змістової лінії, вчити

здійснювати порівняльний аналіз означень понять, вивчення властивостей, доведення законів шкільного курсу з загальнонауковими.

Завдання.

- 1) Провести аналіз Державного стандарту базової та повної середньої освіти (освітня галузь «Математика»), навчальних програм з математики для початкової та основної школи, визначити місце натуральних чисел і понять пов'язаних з ними.
- 2) Дослідити виникнення і розвиток арифметики в історії математики.
- 3) Навести приклади арифметичних понять, які зустрічаються в курсі математики початкової та основної школи. Пригадати, як вони вводяться у шкільному курсі.
- 4) Повторити суть *теоретико-множинного та аксіоматичного підходів* до побудови арифметики цілих невід'ємних чисел (ЦНЧ), викладених в курсі математики для студентів педагогічних навчальних закладів та в курсі «Числові системи»
- 5) Зробити порівняльний аналіз викладу теоретичного матеріалу, пов'язаного з натуральними та цілими невід'ємними числами в курсі математики початкової, основної школи з загальнонауковими. З'ясувати, який підхід (теоретико-множинний чи аксіоматичний) взято за основу у ШКМ.
- 6) З'ясувати, які відмінності існують у введенні арифметичних понять в шкільному та вузівському курсах математики. Навести приклади.
- 7) З теми «Системи числення» курсу математики повторити питання: запис чисел у десятковій системі числення; алгоритми арифметичних операцій над ЦНЧ у десятковій системі числення. Знайти обґрунтування алгоритмам виконання дій у стовпчик, які розглядаються в курсі математики початкової школи та в курсі математики основної школи. Проілюструвати це на прикладах.
- 8) Повторити зміст фундаментальних математичних понять *алгебраїчна структура, бінарна операція, група, числове кільце, числове поле*. Пригадати, які основні алгебраїчні операції, пов'язані з числами, вивчаються в курсі математики основної школи. В чому відмінність у вивченні цих операцій у шкільному та вузівському курсах?
- 9) Повторити основні закони додавання та множення, їх обґрунтування у ШКМ та доведення у теоретико-множинній та аксіоматичній теорії ЦНЧ. З'ясувати, які правила з них впливають. Навести приклади.
- 10) Пригадати, які питання теорії подільності вивчаються в курсі математики 6 класу. З'ясувати в чому полягає відмінність вивчення цих питань у шкільному та вузівському курсах. Навести приклади, пов'язані з введенням понять, вивченням властивостей, ознак.

Тема 4. Розширення поняття про число в межах шкільного курсу математики.

Виникнення та основні етапи розвитку дробів. Розширення поняття числа в історії математики. Місце теми в програмі для загальноосвітньої школи. Вимоги до математичної підготовки учнів. Аналіз навчальних програм *фундаментальних математичних дисциплін* «Лінійна алгебра», «Алгебра і теорія чисел», «Числові системи» та *фахових дисциплін* «Елементарна математика», «Методика навчання математики в основній школі». Виділення основних понять теми. Аналіз введення і формування цих понять у шкільному та вузівському курсах математики. Методика навчання арифметичних дій над дробами, цілими, раціональними та дійсними числами в школі та її теоретичні основи. Створення тестових завдань, призначених для перевірки знань студентами теоретичних основ навчання окремих питань даної теми.

Мета навчання: здійснити порівняльну характеристику *історичної та логічної* схем розвитку поняття числа та обґрунтувати їх вибір у шкільному та вузівському курсах математики. Виділити основні поняття теми «*Розширення поняття про число*» та

здійснити порівняльну характеристику введення цих понять та їх формування у названих курсах; проаналізувати методику навчання виконання арифметичних дій над дробами, цілими, раціональними та дійсними числами, запропоновану у шкільному курсі математики, знайти та розглянути теоретичні основи виконання цих дій у фундаментальних математичних дисциплінах.

Завдання.

1) Провести аналіз Державного стандарту базової та повної середньої освіти (освітня галузь «математика»), навчальних програм з математики для основної та старшої школи, визначити місце теми «Розширення поняття про число» та основних понять пов'язаних з нею.

2) Згадати яка зі схем, *історична* чи *логічна*, використовується у шкільному курсі під час навчання даної теми. З'ясувати чим ці схеми відрізняються.

3) Виділити основні поняття теми, серед яких, «звичайний дріб»; «мішане число», «десятковий дріб», «нескінченний періодичний десятковий дріб»; «додатне число», «від'ємне число», «ціле число», «раціональне число», «ірраціональне число», «дійсне число» та поняття пов'язані з ними. Здійснити порівняльну характеристику введення та формування цих понять у шкільному та вузівському курсах математики.

4) Дослідити виникнення і розвиток цих понять в історії математики.

5) Проаналізувати методику навчання *арифметичних дій* над дробами (звичайними, десятковими), цілими, раціональними, дійсними числами, запропоновану у шкільному курсі математики. Знайти теоретичні основи виконання цих дій у фундаментальних математичних дисциплінах.

Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру

1. Згадайте *історичну* та *логічну* схему розвитку поняття числа. Яка з них використовується у шкільному курсі математики, а яка у курсах математики ЗВО?

2. Коли і у зв'язку з чим виникли звичайні дробі?

3. Який підхід до вивчення дробових чисел представлено у діючій програмі з математики для 5–9 класів? Згадайте етапи вивчення та дайте їм коротку характеристику.

4. Як в курсі математики 5 класу формується уявлення про звичайний дріб? Чи існують інші підходи до введення поняття звичайного дробу? Розкрийте їх суть на прикладах. Де ці підходи використовують?

5. Згадайте методичні особливості вивчення правильних і неправильних дробів, порівняння дробів, зображення дробів на координатному промені в курсі математики 5-го класу? Які підходи використано до вивчення мішаних чисел?

3) зведення дробів до спільного знаменника;

4) порівняння дробів;

5) правило додавання (віднімання) двох дробів з різними знаменниками;

6) переставна та сполучна властивості додавання.

6. Множення дробів 1) правило множення дробу на натуральне число;

7. З яких етапів складається вивчення арифметичних дій над десятковими дробами? Згадайте характерні методичні особливості відокремлених вами етапів.

8. Який підхід використовується до введення наступних понять в курсі математики 6-го класу: 1) протилежні числа; 2) цілі числа; 3) дробові

числа; 4) цілі додатні числа; 5) цілі від'ємні числа; 6) раціональні числа:

9. Яким чином здійснюється порівняння чисел у 6-му класі? Яку роль при цьому відіграє координатна пряма?

10. З яких етапів складається вивчення арифметичних дій над раціональними числами? Згадайте характерні методичні особливості цих етапів.

11. Які методичні підходи існують до введення поняття *ірраціонального числа* в курсі алгебри 8 класу? Продемонструйте їх та зробіть відповідне теоретичне обґрунтування.

12. Які методичні підходи існують до введення поняття *дійсного числа* в курсі алгебри 8 класу? Продемонструйте їх та зробіть відповідне теоретичне обґрунтування

Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру

Завдання 1. Оберіть правильні відповіді.

1. *Натуральне число* можна розглядати як:

А кількісну характеристику певного класу еквівалентних скінченних множин

Б порядкову характеристику місця знаходження елементів будь-якої зчисленної множини

В характеристику збільшення чисельності

Г характеристику відсутності зміни чисельності

Д характеристику зменшення чисельності

2. *Від'ємні числа* використовуються для позначення:

А розташування місцевості над рівнем океану

Б зміни суми грошей у касі банку після зняття їх вкладниками банку

В маси предметів

Г значення температури взимку

Д об'ємів тіл

Завдання 2. Зробити порівняльну характеристику навчання *цілих чисел* в курсі математики 6 класу та в курсі математики для ЗВО та оформити її у вигляді таблиці. Який матеріал, розглянутий у курсі математики можна вважати теоретичними основами шкільного курсу?

Які інші підходи до навчання цілих чисел розглядаються студентами під час навчання фундаментальних математичних дисциплін?

Завдання 3. Наведіть приклад додатного раціонального числа. Що розуміють під його зображенням?

Завдання 4. Розгляньте задачу про визначення довжини відрізка, який є сумою двох відрізків. Яким чином використання властивості адитивності приводить до означення суми додатних раціональних чисел

Завдання 5. Як означається множина дійсних чисел? Які властивості вона має?

Завдання 6. Повторіть, що розуміють під поняттям *наближення ірраціонального числа раціональним (з нестачею, з надлишком)*.

Тема 5. Наукові основи змістової лінії «Рівняння і нерівності» шкільного курсу математики. Місце теми в програмах для загально-освітніх навчальних закладів. Математика 5–9 класи. Математика 10–11 класи. Вимоги до математичної підготовки учнів. Виникнення і розвиток поняття рівняння (нерівності) в історії математики та їх застосування. Теоретичний матеріал з курсу математичної логіки, пов'язаний з висловлювальними формами та предикатами. Розгляд різних підходів до означення поняття рівняння (нерівності), що передбачають використання математичних понять (виразу, функції) та понять математичної логіки (висловлювальної форми, предиката). Відношення слідування та рівносильності на множині рівнянь (нерівностей) та їх властивості. Розгляд основних (типових) перетворень рівнянь (нерівностей) з погляду їх еквівалентності

Мета навчання: здійснити порівняльну характеристику функціонального підходу до означення поняття рівняння (нерівності) та підходу, який передбачає використання висловлювальної форми (предиката). Використати поняття логіки для означення понять пов'язаних з поняттям рівняння (нерівності), серед яких

рівняння (нерівності) наслідки, рівносильні рівняння (нерівності). З'ясувати властивості відношення слідування та рівносильності на множині рівнянь (нерівностей). Розглянути основні (типові) перетворення рівнянь (нерівностей) з погляду їх еквівалентності.

Завдання.

- 1) Провести аналіз Державного стандарту базової та повної середньої освіти (освітня галузь «математика»), навчальних програм з математики для основної та старшої школи, визначити місце рівнянь та нерівностей і понять пов'язаних з ними.
- 2) Проаналізувати як означається поняття «рівняння» («нерівність») в ШКМ та які підходи при цьому застосовуються.
- 3) Дослідити виникнення і розвиток цих понять в історії математики та їх застосування.
- 4) Повторити означення понять «висловлювальна форма», «одномісний предикат», «характеристична множина (область істинності) предиката», «двомісний предикат», відомі з курсу математичної логіки.
- 5) Скласти таблиці відповідності математичних понять, пов'язаних з рівнянням (нерівністю) з однією змінною та понять математичної логіки, пов'язаних з одномісним предикатом.
- 6) Згадати відношення слідування та відношення рівносильності між предикатами та на основі цих означень сформулювати означення рівняння (нерівності) наслідку та рівносильних рівнянь (нерівностей).
- 7) Розглянути основні (типові) перетворення рівнянь (нерівностей) з погляду їх еквівалентності.

Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру

1. Проаналізуйте місце змістової лінії «Рівняння і нерівності» в програмах з математики основної та старшої школи.
2. Як означається поняття «рівняння» в шкільному курсі математики?
3. Згадайте історію виникнення та розвитку поняття «рівняння (нерівність)».
4. Згадайте застосування рівнянь у різних математичних та суміжних дисциплінах.
5. Повторіть означення понять *висловлювальна форма, одномісний предикат, характеристична множина (область істинності предиката), двомісний предикат*, які розглядаються в курсі математичної логіки. Наведіть приклади цих понять.
6. У якому класі поняття рівняння неявно означається з допомогою *висловлювальної форми (предиката)*, а у якому класі відображено *функціональний підхід* до означення даного поняття?
7. Чи існує відмінність між поняттями «рівняння» і «тотожність»? Наведіть приклади та обґрунтуйте.
8. Згадайте застосування нерівностей у різних математичних та суміжних дисциплінах.
9. Згадайте *відношення слідування* між предикатами та означення *рівняння наслідку* зі шкільного курсу алгебри і початків аналізу 10 класу.
10. Згадайте *відношення рівносильності* між предикатами та означення **рівносильних рівнянь** зі шкільного курсу алгебри і початків аналізу 10 класу.
11. Повторіть означення *бінарного відношення*, визначеного у множині, та властивості відношень (рефлексивність, симетричність, асиметричність, антисиметричність, транзитивність та ін.).
12. Згадайте причини одержання **рівнянь наслідків**. Наведіть приклади.
16. Згадайте причини втрати коренів при розв'язуванні рівняння. Приклад.
17. Які особливості навчання властивостей рівнянь в курсі математики 6–7 класів та в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу? Сформулюйте ці властивості.

Тема 6. Наукові основи змістової лінії «Функції» шкільного курсу математики.

Напрями які існують у тлумаченні поняття «функція» та їх суть. Означення поняття «функція» у діючих шкільних підручниках. Поняття «відображення» з яким ототожнюється поняття функції в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу. Означення поняття «відповідність» між множинами у різних посібниках для ЗВО. Функціональна відповідність. Використання методу доцільних задач перед введенням поняття «відображення». Математичні поняття, пов'язані з поняттям «відображення», введення яких ця задача робить більш наочним та сприяє їх формуванню. Формулювання означення ін'єктивної, сюр'єктивної, бієктивної функції на теоретико-множинній мові. Приклади. Обернене відображення. Означення, приклад, умова існування. Ототожнення понять «функція» та «відображення» у курсі вищої математики. Різні означення функції у вузівських підручниках та посібниках, родові поняття, відмінності у означеннях. Сталі, рівні (тотожні функції). Приклади. Числова функція у вузівському курсі вищої математики, родові поняття. Схожість у означеннях шкільного та вузівського курсів математики. Найпоширеніші способи задання функції у шкільному курсі математики та у вузівському курсі вищої математики.

Основні елементарні функції. Класифікація функцій за їх будовою (арифметичні операції над функціями, оборотна та обернена функції, складна функція або суперпозиція чи композиція функцій). Класифікація функцій за їх властивостями (обмежені й необмежені, монотонні, парні та непарні, періодичні функції). Класи елементарних функцій. Спільні підходи та особливості які існують під час навчання елементарних функцій у шкільному курсі математики та вузівському курсі вищої математики.

Мета навчання: систематизація знань студентів, пов'язаних з поняттям *функція*, яке покладено в основу сучасного шкільного курсу математики.

Завдання.

- 1) Аналіз курсу шкільної математики з точки зору фундаментальних математичних ідей: *відповідність, відображення, функція*.
- 2) Показ розвитку поняття «*функція*», яке відіграє провідну роль в курсі сучасної шкільної математики.
- 3) Розкриття ролі і місця понять «*функція*» та «*відображення*» у шкільному та вузівському курсі математики.
- 4) Сприяння усвідомленню студентами теоретико-множинного та логічного аспектів у викладі теми, яка відноситься до теоретичних основ шкільної математики.
- 5) Проведення порівняльного аналізу означень загальнонаукових понять, пов'язаних з функцією з означеннями цих понять у ШКМ.
- 6) Розгляд *основних елементарних та елементарних функцій* і їх класів, класифікації функцій за їх будовою та властивостями.
- 7) З'ясування спільних підходів та особливостей, які використовують під час навчання елементарних функцій та їх властивостей у шкільному курсі математики та вузівських курсах «Математичний аналіз», «Вища математика».

Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру

1. Які два напрями існують у тлумаченні поняття функція? Розкрийте їх суть.
2. Як означається поняття «*функція*» у діючих шкільних підручниках?
3. Нагадайте означення поняття «*відповідність*» між множинами, яке сформульовано у різних посібниках для ЗВО. Яку відповідність називають *функціональною*? Наведіть приклади.
4. Які синоніми терміну «*функція*» зустрічаються в різних розділах математики?

5. Чим відрізняється інтуїтивний опис поняття «відображення» від теоретико-множинного означення? Сформулюйте інтуїтивний опис поняття «відображення».
6. Запропонуйте методику використання методу доцільних задач на етапі мотивації під час формування поняття «відображення». Наведіть приклад такої задачі.
7. Нагадайте теоретико-множинне означення поняття «відображення», яке розглядається в курсі вищої математики. Що таке «область визначення відображення», «образ відображення (функції)»? Чим є образ відображення множини A у множину B ? Введення яких математичних понять, розглянута на етапі мотивації задача, робить більш наочним? Які види відображень крім згаданого (відображення множини у мно- жину) розглядаються в курсі вищої математики? Як це відбувається?
8. Який вид відображення розглядається в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу?
9. Виділіть види відображень, нагадайте їх означення та наведіть відповідні приклади.
10. Яке відображення називається *оберненим*? Сформулюйте умову його існування та наведіть приклад оберненого відображення.
11. Які функції називаються *сталими*? Які функції називаються *рівними (тотожними)*? Наведіть приклади таких функцій.
12. Які найпоширеніші *способи задання функції* у шкільному курсі математики та у вузівському курсі вищої математики?
13. Які функції вважають *основними елементарними*? Які функції вважають *елементарними*? Наведіть приклади неелементарних функцій.
14. Як здійснюється класифікація елементарних функцій за їх будовою?
15. Яку функцію називають *суперпозицією (композицією)* функцій або *складною функцією*?
16. Як здійснюється класифікація функцій за їх *властивостями*? Зробіть *порівняння*, щодо *навчання властивостей функцій у ШКМ та в курсі вищої математики* (зокрема у вступі до математичного аналізу).
17. В чому полягає одне з основних завдань навчання функціональної змістової лінії ШКМ?
18. Які характеристики функції можна з'ясувати засобами елементарної математики?
19. Розгляньте алгоритм застосування *області визначення функцій* до розв'язування рівнянь та нерівностей. Ознайомтесь з прикладами розв'язування рівнянь та нерівностей.
20. Які методи *знаходження множини значень функції* є найпоширенішими у ШКМ? Розгляньте приклади їх використання.
21. Розгляньте теоретичну основу застосування *обмеженості функцій (множини значень)* до розв'язування деяких рівнянь та нерівностей. Ознайомтесь з алгоритмами розв'язування рівнянь та нерівностей та відповідними прикладами.
22. На що саме звертається увага під час навчання *парності та непарності функцій* в курсі алгебри і початків аналізу? Згадайте типові задачі ШКМ. В чому їх особливості? Які питання залишаються осторонь?
23. Які існують основні типи задач на доведення *монотонності функцій* елементарними способами? Які з них розглядаються у ШКМ?
24. Розгляньте теоретичну основу використання *зростання і спадання функцій* до розв'язування деяких рівнянь. Ознайомтесь з відповідними прикладами.
25. Які існують основні типи задач на дослідження *періодичності функцій*? Які з них розглядаються у ШКМ?

26. Яку роль відіграють прикладні задачі під час навчання елементарних функцій курсу алгебри і початків аналізу старшої школи?

Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру (для самостійної роботи)

1. Чи можна, використовуючи *метод оцінок*, на основі одержаної оцінки, наприклад нерівності, робити висновок, що множиною значень функції є відрізок ?
2. Які особливості існують під час навчання властивостей обмеженості та необмеженості функцій у шкільному та вузівському курсі математики?
3. Наведіть приклад парної функції, визначеної на всій числовій прямій, яка набуває як додатних так і від'ємних значень, але в жодній точці не перетворюється на нуль.
4. Якою функцією буде: а) сума скінченної кількості парних функцій; б) сума скінченної кількості непарних функцій; в) добуток скінченної кількості парних функцій; г) добуток скінченної кількості непарних функцій; д) сума парної та непарної функцій; е) добуток парної та непарної функцій? Обґрунтуйте відповідь, використовуючи означення парної та непарної функцій.
5. Розгляньте теорему про парність і непарність складної функції. Запропонуйте приклад її застосування.
6. Розгляньте теорему про *монотонність складної функції*. Запропонуйте приклад її застосування
7. Розгляньте загальні властивості періодичних функцій у діючих шкільних підручниках 10-го класу та підберіть задачі на застосування властивостей періодичних функцій для доведення періодичності, неперіодичності, дослідження на періодичність функцій.

Тема 7. Границя функції. Неперервність функції. Методичні підходи до навчання у школі та ЗВО. Формування уявлення про границю функції в точці в курсі алгебри і початків аналізу 11 класу. Визначеність функції та існування границі функції в точці. Роль прикладів та контрприкладів у формуванні понять. Означення границі функції в точці (за Коші, через існування околу, за Гейне). Геометрична інтерпретація. Теорема про границі функцій (про єдиність границі, арифметичні властивості границь, граничний перехід в нерівності, границю проміжної функції) та їх застосування. Односторонні границі функції. Деякі важливі границі. Нескінченно малі і нескінченно великі функції. Формування уявлення про неперервність функції в точці в курсі алгебри і початків аналізу 11 класу. Поняття неперервності функції в точці (еквівалентні означення). Теорема про функції, неперервні в точці. Одностороння неперервність. Розривні функції. Точки розриву та їх класифікація. Властивості функцій, неперервних на відрізку (про обмеженість функції, існування найбільшого і найменшого значень функції, перетворення функції на нуль, проміжне значення) та їх застосування.

Мета навчання: здійснити порівняльну характеристику методичних підходів, які використовуються під час формування понять «границя функції» та «неперервність функції» у старшій та вищій школі. Виявити спільне та відмінне у цих підходах, виділити теоретичний матеріал, який є науковою основою методів розв'язування окремих типів задач шкільного курсу математики.

Завдання.

- 1) Аналіз шкільного курсу алгебри і початків аналізу на предмет вивчення понять «границя функції» та «неперервність функції» та пов'язаних з ними понять.
- 2) Ознайомлення з запропонованими у ШКМ підходами, щодо формування уявлення про границю функції в точці та неперервність функції в точці.

Встановлення взаємозв'язку між визначеністю функції в точці та існуванням границі функції в точці.

3) Здійснення порівняльного аналізу означення цих та пов'язаних з ними понять і їх геометричних інтерпретацій в курсі математичного аналізу та курсі алгебри і початків аналізу.

4) Розгляд теорем про границі функцій та їх застосування в шкільному та вузівському курсах (спільне та відмінне).

5) Розгляд еквівалентних означень неперервної функції в точці як пропедевтика вивчення похідної.

6) З'ясування особливостей методики ознайомлення з розривними функціями, точками розриву та їх класифікацією у шкільному та вузівському курсах.

7) Ознайомлення з підходами до навчання властивостей функцій, неперервних на відрізку та застосування цих властивостей до розв'язування задач ШКМ.

Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру

1. Проведіть аналіз діючих шкільних програм шкільного курсу алгебри і початків аналізу на предмет вивчення понять «границя функції» та «неперервність функції» та пов'язаних з ними понять. Визначте місце теми в програмі, ознайомтесь з очікуваними результатами навчально-пізнавальної діяльності учнів (для різних рівнів навчання курсу).

2. Згадайте запропоновані у ШКМ підходи, щодо формування уявлення про границю функції в точці та неперервність функції в точці.

3. Як означається поняття границі функції у точці в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу та в курсі вищої математики, зокрема у вступі до математичного аналізу? Які геометричні інтерпретації розглядаються?

4. Як вводяться поняття «лівий (правий) –окіл» та «ліва (права) границя функції у точці »?

5. Яка теорема визначає зв'язок між границею функції в точці та її односторонніми границями в тій самій точці?

6. Згадайте теореми про арифметичні дії з границями функцій та їх застосування. Виділіть спільне та відмінне на різних ступенях навчання (старша та вища школи).

7. Які еквівалентні означення неперервної функції в точці розглядаються в курсі «Вища математика»?

8. Яке з цих означень розглядається під час навчання курсу алгебри і початків аналізу на профільному рівні? Як означається неперервна функція під час поглибленого вивчення курсу алгебри і початків аналізу?

9. Які теореми про функції неперервні в точці розглядаються в курсі математичного аналізу, а які з них в курсі алгебри і початків аналізу під час навчання його в класах з поглибленим вивченням математики?

10. Що розуміють під односторонньою неперервністю функції в точці? Дайте означення функції неперервної в точці справа (зліва). f а

11. Сформулюйте необхідну й достатню умову неперервності функції в точці.

12. Сформулюйте означення розривної функції та точки розриву функції. Наведіть приклади.

13. Як здійснюється класифікація точок розриву? Які точки називаються точками розриву 1-го роду? Які точки називаються точками розриву 2-го роду? Наведіть приклади.

14. Які властивості функцій неперервних на відрізку розглядаються в курсі алгебри і початків аналізу на профільному рівні? Сформулюйте їх. Зробіть порівняння з вивченням згаданих властивостей в курсі «Вища математика».

Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру (для самостійної роботи)

1. Встановіть взаємозв'язок між *визначеністю функції в точці* та *існуванням границі функції в точці*. З'ясуйте чи правильні наступні твердження:

а) Якщо функція визначена в деякій точці x , то вона обов'язково має границю в цій точці.

б) Якщо функція невизначена в деякій точці x , то вона не має границі в цій точці.

в) Якщо функція має границю в точці x , то вона визначена в цій точці.

г) Якщо функція в точці x не має границі, то вона не визначена в цій точці.

Якщо твердження правильне не завжди, то переконайте в цьому, навівши контрприклад.

2. Приведіть приклади функцій, які не мають границі в точці.

3. Підберіть приклади застосування теорем про арифметичні властивості границь функцій, призначені для розгляду у шкільному курсі, які відрізняються від розглянутих у діючих шкільних підручниках алгебри і початків аналізу. Прокоментуйте в чому полягає їх відмінність та оригінальність.

4. Виконайте завдання на доведення неперервності функції в точці, запропоновані у підрунику з курсу «Алгебра і початки аналізу» для старшої школи та навчальному посібнику з вищої математики. В чому відмінність таких завдань?

Тема 8. Застосування похідної в курсі алгебри і початків аналізу та в курсі математичного аналізу.

Місце теми в програмі. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів (студентів). Застосування похідної до знаходження проміжків зростання і спадання та екстремумів функції. Загальна схема дослідження функції для побудови її графіка. Найбільше і найменше значення функції. Поняття опуклості і точок перегину диференційованої на інтервалі $(a; b)$ функції. Дослідження функції на опуклість і точки перегину. Асимптоти графіка функції. Розширена схема дослідження функції для побудови її графіка. Рівняння дотичної до графіка функції у заданій точці. Застосування похідної до розв'язування задач прикладного змісту. Застосування похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей. Застосування похідної до доведення нерівностей.

Мета навчання: здійснити аналіз методичних підходів, які використовуються в шкільному курсі алгебри і початків аналізу під час навчання застосувань похідної, виявити спільне та відмінне з викладом даного матеріалу у вузівських курсах «Вища математика» та «Математичний аналіз», розглянути методику навчання застосувань похідної під час розв'язування задач ШКМ та прикладних задач ШКМ.

Завдання.

1) Аналіз шкільного курсу алгебри і початків аналізу на предмет вивчення застосувань похідної.

2) Ознайомлення з запропонованими у діючих шкільних підручниках підходами, щодо навчання застосувань похідної до знаходження проміжків зростання і спадання та екстремумів функції, найбільшого та найменшого значення функції. Здійснення порівняння цих підходів з підходами, які використовують в курсах «Вища математика» та «Математичний аналіз».

3) Ознайомлення з підходами, щодо формування понять «опуклість», «точки перегину», «асимптоти» графіка функції у шкільному курсі алгебри і початків аналізу та в курсах «Вища математика» та «Математичний аналіз».

4) Розгляд загальної та розширеної схем дослідження функції для побудови їх графіка та методики навчання їх застосувань до розв'язування задач.

- 5) Ознайомлення з методикою застосувань похідної до розв'язування задач ШКМ (розв'язування рівнянь, нерівностей, доведення нерівностей, порівняння чисел та ін.).
- 6) Ознайомлення з методикою застосувань похідної до розв'язування прикладних задач шкільного курсу алгебри і початків аналізу

Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру.

1. Проведіть аналіз діючих програм шкільного курсу алгебри і початків аналізу на предмет вивчення застосувань похідної. Визначте місце теми в програмі, ознайомтесь з очікуваними результатами навчально-пізнавальної діяльності учнів (для різних рівнів навчання курсу).
2. Повторіть з курсу вищої математики наступні поняття «приріст аргументу», «приріст функції у точці», «похідна функції у точці», «функція диференційовна у точці», «похідна функції», «диференціювання» та методику їх формування під час навчання курсу алгебри і початків аналізу на різних рівнях.
3. Пригадайте фізичний, геометричний, біологічний та хімічний зміст похідної.
4. Повторіть теореми про функції, диференційовні в точці: 1) про неперервність диференційовної функції; 2) про похідну суми, різниці, добутку, частки; 3) про похідну складної функції; 4) про похідну оберненої функції; 5) про похідні основних елементарних функцій, які вивчаються в курсі вищої математики. Порівняйте методику їх навчання з методикою навчання відповідних теорем у шкільному курсі алгебри і початків аналізу.
5. Згадайте теореми Ферма, Ролля та Лагранжа з курсу вищої математики. Яке місце вони займають в курсі алгебри і початків аналізу старшої школи? Яке застосування мають ці теореми у диференціальному численні? Які типи задач ШКМ розв'язуються з допомогою цих теорем?
6. Визначте особливості навчання учнів ознаки сталості функції, ознак зростання (спадання) функції на проміжку у шкільному курсі алгебри і початків аналізу. Чим відрізняються підходи до навчання цих ознак у ШКМ та курсі вищої математики?
7. Ознайомтесь з методикою формування понять «внутрішні точки області визначення функції», «критичні точки», «точка максимуму (мінімуму) функції», «точки екстремуму» та доведення необхідної умови екстремуму функції та ознак точок мінімуму і максимуму.
8. Який методичний підхід використовується в курсі алгебри і початків аналізу до навчання найбільшого і найменшого значення функції?
9. Ознайомтесь з методикою формування понять «опуклість функції», «точки перегину» у шкільному курсі алгебри і початків аналізу. Розгляньте теоретичні основи алгоритмів знаходження проміжків опуклості та точок перегину. Здійсніть порівняльну характеристику навчання цього матеріалу у ШКМ та курсі вищої математики.
10. Який методичний підхід використовується в курсі алгебри і початків аналізу до вивчення асимптот графіка функції? Порівняйте його з підходом до вивчення у курсі вищої математики.

Тема 9. Первісна та інтеграл в курсі алгебри і початків аналізу та в курсі математичного аналізу. Місце теми в програмі. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів (студентів). Методика вивчення первісної. Невизначений інтеграл та його властивості. Приклади задач, що приводять до поняття інтеграла. Методика вивчення визначеного інтеграла. Його фізичний та геометричний зміст. Формула Ньютона-Лейбніца. Обчислення площ плоских фігур.

Обчислення об'ємів тіл. Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач.

Мета навчання: здійснити аналіз методичних підходів до навчання первісної, інтеграла та їх застосувань, які використовуються в шкільному курсі алгебри і початків аналізу. Виявити спільне та відмінне з викладом даного матеріалу у вузівському курсі математичного аналізу, розглянути методику застосувань первісної та інтеграла під час розв'язування задач ШКМ та прикладних задач ШКМ.

Завдання.

- 1) Аналіз шкільного курсу алгебри і початків аналізу на предмет вивчення первісної, інтеграла та їх застосувань.
- 2) Ознайомлення з запропонованими у діючих шкільних підручниках підходами, щодо формування понять «первісна», «невизначений інтеграл», «визначений інтеграл» та методикою навчання їх властивостей.
- 3) Розгляд прикладних задач, що приводять до понять «первісна», «визначений інтеграл». З'ясування геометричного, фізичного, біологічного змісту визначеного інтеграла та застосування його під час розв'язування прикладних задач.
- 4) Порівняльний аналіз викладу даного матеріалу у шкільному курсі та в курсі вищої математики.
- 5) Ознайомлення з методикою застосувань інтеграла до розв'язування задач ШКМ (доведення тотожностей, нерівностей, обчислення сум).

Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру

1. Проведіть аналіз діючих програм шкільного курсу алгебри і початків аналізу на предмет вивчення первісної та інтеграла. Визначте місце теми в програмі. Вимоги до знань і вмінь учнів.
2. Згадайте задачу, що привели до поняття похідної.
3. З допомогою якої задачі відбувається введення поняття «первісної» в курсі алгебри і початків аналізу? Запропонуйте методику її використання. Сформулюйте означення «первісної».
4. Який вираз є загальним виглядом первісної? Сформулюйте основну властивість первісної.
5. Згадайте таблицю первісних, запропоновану в шкільному підручнику та *три правила знаходження первісних*.
6. Сформулюйте означення невизначеного інтеграла, запропоноване у шкільному підручнику. Які властивості невизначеного інтеграла розглядають в курсі алгебри і початків аналізу?
7. Наведіть приклади задач, що приводять до поняття «визначений інтеграл».
8. Сформулюйте означення криволінійної трапеції.
9. Розгляньте задачу про визначення площі криволінійної трапеції. Який алгоритм розв'язання використовується в курсі алгебри і початків аналізу?
10. Який підхід до виведення формули Ньютона-Лейбніца використовується в курсі алгебри і початків аналізу?

Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру

1. Розгляньте приклади використання означення первісної функції.
2. Підберіть прикладну задачу в розв'язуванні якої поняття первісної відіграє першорядну роль. Запропонуйте методику її розв'язування.
3. Як означається невизначений інтеграл в курсі вищої математики? Які властивості невизначеного інтеграла розглядають?
4. Які відмінності у розв'язуванні задачі про визначення площі криволінійної трапеції в курсі вищої математики?
5. Як розв'язуються прикладні задачі, що приводять до поняття визначеного

інтеграла (задача про шлях, який пройшло тіло при прямолінійному нерівномірному русі; задача про роботу змінної сили; задача про чисельність популяції; задача про кількість речовини, яка вступила в хімічну реакцію; задача про обсяг випуску продукції) в курсі алгебри і початків аналізу?

6. Який підхід до вивчення формули Ньютона–Лейбніца застосовують в курсі вищої математики?

Тема 10. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики в курсі алгебри 9-го класу, в курсі алгебри і початків аналізу старшої профільної школи та наукові основи їх навчання. Місце теми в програмі. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. Перестановки. Розміщення. Комбінації. Методика введення основних понять теорії ймовірностей. Випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події (класичне, статистичне означення ймовірності). Методика використання формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій. Аксиоми теорії ймовірностей. Операції над подіями. Ймовірність суми подій. Незалежність подій. Умовна ймовірність. Ймовірність добутку подій. [Геометрична ймовірність та її застосування до розв'язування задач]. Випадкові події. Елементи математичної статистики.

Мета навчання: здійснити порівняльний аналіз методичних підходів до навчання елементів комбінаторики, теорії ймовірностей під час навчання курсу алгебри 9-го класу та курсу алгебри і початків аналізу на різних рівнях в старшій школі. Виявити спільне та відмінне з викладом даного матеріалу у вузівських курсах «Вища математика», «Теорія ймовірностей». З'ясувати методичні особливості навчання елементів математичної статистики в ЗСО.

Завдання.

- 1) Аналіз шкільного курсу алгебри та курсу алгебри і початків аналізу на предмет вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики.
- 2) Ознайомлення з запропонованими у діючих шкільних підручниках підходами, щодо навчання комбінаторних правил суми та добутку, формування основних понять «перестановки», «розміщення», «комбінації» без повторень.
- 3) Порівняння підходів до навчання елементів комбінаторики в шкільному курсі алгебри 9-го класу та курсі алгебри і початків аналізу 11-го класу на різних рівнях з науково-методичними підходами, що використовуються під час навчання в ЗВО.
- 4) Ознайомлення з запропонованими у діючих шкільних підручниках підходами, щодо формування основних понять теорії ймовірностей «випадкова подія», «відносна частота події», «ймовірність події» (класичне, статистичне означення ймовірності).
- 5) З'ясування питань методики навчання учнів використання формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій.
- 6) Порівняння підходів до формування понять ШКМ з науково-методичними підходами, що використовуються під час навчання в ЗВО. Розгляд понять «стохастичний експеримент», «простір елементарних подій», «елементарні події».
- 7) Розгляд аксіоматичних основ теорії ймовірностей: аксіоматика теорії ймовірностей; властивості ймовірності, що впливають з аксіоматичного означення.
- 8) Розгляд операцій над подіями, теореми додавання для несумісних подій, теореми додавання для довільних подій та їх застосувань до розв'язування прикладних задач.
- 10) Розгляд незалежних подій, умовної ймовірності, теореми множення та їх застосувань до розв'язування прикладних задач.

- 11) Розгляд геометричної ймовірності та її застосувань.
- 12) З'ясування методичних особливостей навчання випадкової величини та її математичного сподівання (у досліді зі скінченною множиною елементарних наслідків) у курсі «Алгебра і початки аналізу».
- 13) З'ясування методичних особливостей навчання елементів математичної статистики в ЗСО.

Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру

1. Проведіть аналіз діючих програм шкільного курсу алгебри 9 класу та алгебри і початків аналізу 11 класу на предмет вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики.
2. Згадайте методичні підходи, які використовуються в курсі алгебри 9-го класу та курсі алгебри і початків аналізу 11 класу до навчання основних правил комбінаторики (правила суми, правила добутку), сполук без повторень (перестановок, розміщень, комбінацій).
3. Яким чином в шкільному курсі алгебри 9-го класу вводяться поняття «подія», «випадкова подія», «частота випадкової події»? Порівняйте ці підходи з підходами, що використовуються до введення відповідних понять в курсах «Вища математика», «Теорія ймовірностей».
4. Як означаються поняття «стохастичний експеримент», «простір елементарних подій», «елементарні події» в курсі «Теорія ймовірностей»? Підберіть приклади цих понять. Проведіть порівняльний аналіз викладу цього матеріалу з його викладом у діючих шкільних підручниках 11 класу. Зверніть увагу на поняття «експеримент (випадковий експеримент)», «результат (експериментальний наслідок)», «простір елементарних наслідків », «випадкові події» та приклади, запропоновані у підручнику.
5. Як формуються поняття «достовірна (вірогідна) подія», «неможлива подія», «подія спричинює подію », «рівні (рівносильні)» або «еквівалентні» події? Згадайте відповідні означення, наведіть приклади.
6. Які операції виконуються над подіями? Яку подію називають «протилежною подією»? Які події називають «несумісними подіями»? Розгляньте приклади цих подій.
- 7°. Як відбувається введення статистичного означення ймовірності у курсі алгебри 9-го класу та курсі «Теорія ймовірностей» у ЗВО?
8. Як відбувається введення класичного означення ймовірності у курсі алгебри 9-го класу та курсі «Теорія ймовірностей» у ЗВО?
9. Згадайте аксіоматичні основи теорії ймовірностей. Які поняття та аксіоми розглядається у сучасних підручниках курсу алгебри і початків аналізу 11 класу? Які теореми доводяться? Які підходи використовують автори для спрощення аксіоматичної теорії?
10. Розгляньте задачі, які використовуються на етапі мотивації, під час формування поняття «умовна ймовірність», запропоновані у підручнику алгебри та початків аналізу 11 класу та у курсі «Теорія ймовірностей». Згадайте теорему множення та формулу повної ймовірності.
11. Як означається «випадкова величина»? Що таке розподіл ймовірностей випадкової величини? Як означається «математичне сподівання розподілу випадкової величини» у шкільному курсі та в курсі «Теорія ймовірностей»?
12. Які елементи математичної статистики вивчаються в курсі алгебри 9-го класу, а які в курсі алгебри і початків аналізу 11 класу? З'ясуйте методичні особливості їх навчання.

Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру

1. З'ясуйте, який теоретичний матеріал з комбінаторики використовується для розв'язування наступних задач та запропонуйте методику його використання.
 - 1.1. За підрахунками існує 2 млн. видів комах, 1 млн. видів рослин, 20000 видів риб і 8700 видів птахів. Якщо для порівняльного аналізу потрібно обрати по одному виду від кожної з цих чотирьох категорій, то скількома способами це можна зробити?
 - 1.2. У трьох пробірках, поставлених у три пробірковий штатив, містяться різні препарати. Скільки можливих способів розміщення цих препаратів у штативі?
 - 1.3. Студент повинен скласти 3 екзамени протягом 12 днів. Скількома способами це можна зробити, якщо студенту надано право складати по одному екзамену щоденно?
 - 1.4. У деякого захворювання існує 6 відомих симптомів. Це захворювання діагностується, якщо у хворого проявляється не менше чотирьох симптомів. Скільки різних комбінацій симптомів можуть привести до встановлення даного діагнозу?
2. Запропонуйте методику використання понять «частота випадкової події», «статистична ймовірність» до розв'язування задачі: Хімічний дослід повторюють 7 разів, в 5 випадках він закінчується успіхом, а в інших – невдачею. Визначте відносну частоту успішних виходів даного дослідження і найможливіше число успішних виходів у наступній серії, що складається з 10 дослідів.
3. Запропонуйте методику використання класичного означення ймовірності та формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій:
 - 3.1. У деякій популяції у 40% людей волосся темне, у 40% – руде і у 20% – світле. У цій популяції у всіх темноволосих людей очі карі, у всіх світловолосих – блакитні, у однієї половини рудих – блакитні, а у іншої карі. Яка ймовірність того, що у людини темне волосся? Яка ймовірність того, що у людини карі очі?
 - 3.2. У партії з 10 виробів знаходиться 7 стандартних. Навмання взято 6 виробів. Яка ймовірність того, що серед них: а) 4 стандартні; б) більше чотирьох стандартних?
4. Серед усіх родин з двома дітьми обрано одну. Описати простір елементарних подій і випадкові події: – в родині є хлопчик і дівчинка; – в родині не більше ніж одна дівчинка.
5. Використовуючи матеріал навчальних посібників та підберіть задачі на застосування теорем про додавання ймовірностей несумісних подій, множення ймовірностей незалежних подій, ймовірність здійснення принаймні однієї з незалежних подій. Запропонуйте методику навчання учнів їх розв'язування.
6. Продемонструйте застосування поняття «умовна ймовірність» до розв'язування наступної задачі: Захворювання вдається вилікувати у 96% хворих, причому у 85% не спостерігається рецидивів. Яка ймовірність того, що у хворого взятого навмання з даним діагнозом не буде рецидивів?
7. Використовуючи діючі навчально-методичні посібники, підберіть задачі на визначення вибірових характеристик: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення та задачі на графічне подання інформації про вибірку (полігон, гістограма). Запропонуйте методику навчання учнів їх розв'язування.

Література

1. Акуленко І. А. Компетентнісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект) : монографія. Черкаси : видавець Чабаненко Ю, 2013. 460 с.
2. Елементарна математика. Навчальна програма (розроблена на основі концепції розвивальної освіти) / Укладач доцент Семенець С. П. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2008. 88 с.
3. Кугай Н. В., Бурчак С. О. Робоча програма навчальної дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики» для студентів галузі 01 Освіта. Спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика). Глухівський національний педагогічний університет імені О. Довженка. URL: [http:// www.pfm.gnpu.edu.ua](http://www.pfm.gnpu.edu.ua).
4. Курс математики : Навч. посібник / В. Н. Боровик, Л. М. Вивальнюк, М. М. Мурач, О. І. Соколенко. Київ : Вища шк., 1995. 392 с.
5. Працьовитий М. В., Ніколаєнко С. В. «Наукові основи шкільного курсу математики» в системі підготовки сучасного вчителя математики. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі* : Зб. наукових праць. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2009. № 5. С. 17–24.
6. Соколенко Л. О. Шкільна математика з точки зору вищої. *Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки*. Чернігів, 2011. Вип. 83. С. 126–128.
7. Соколенко Л. О. Роль курсу «Деякі питання шкільного курсу математики з точки зору вищої» у професійній підготовці вчителя. Шістнадцята міжнародна наукова конференція ім. акад. Михайла Кравчука, 14–15 травня, 2015 р., Київ : Матеріали конф. Т. 3. Теорія ймовірностей та математична статистика. Історія та методика математики. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. С. 249–252.
8. Соколенко Л. О. Роль наукових основ шкільного курсу математики у професійній підготовці вчителя. *Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки*. Чернігів, 2015. Вип. 130. С. 214–219.
- 1.15. Соколенко Л. О. Технологія навчання теоретичних основ теми «Розширення поняття про число». *Збірник наукових праць «Педагогічні науки» Херсонського державного університету*. Херсон, 2016. Вип. LXXI. Том 2. С. 135–142.
9. Соколенко Л. О. Роль теоретичних основ змістової лінії «Числа» у професійній підготовці вчителя математики. *Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету ім. Івана Огієнка. Серія педагогічна* / редкол.: П. С. Атаманчук (голова, наук. ред.) та ін. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2016. Вип. 22. С. 114–117.
10. Соколенко Л. О. Технологія навчання теоретичних основ змістової лінії «Рівняння і нерівності». *Збірник наукових праць «Педагогічні науки» Херсонського державного університету*. Херсон, 2017. Вип. LXXIV. Том 2. С. 168–173.
11. Соколенко Л. О. Методика навчання наукових основ функціональної змістової лінії майбутніх вчителів математики. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки*. Черкаси, 2017. Вип. 11. С. 77–87.
12. Соколенко Л. О. Досвід формування спеціальних компетентностей під час навчання дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики». *Науковий часопис національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія № 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи*. Випуск 61. Збірник наукових праць / М-во освіти і науки України, Нац. пед. ун-т імені М.П.Драгоманова. Київ : Вид-во НПУ імені М.П.Драгоманова, 2018. С. 264–269.

13.Соколенко Л. О. «Наукові основи шкільного курсу математики» як невід’ємна складова частина професійної підготовки сучасного вчителя. *Науковий часопис національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія № 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи*. Випуск 62. Збірник наукових праць / М-во освіти і науки України, Нац. пед. ун-т імені М.П. Драгоманова. Київ : Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2018. С. 188–193.

14.Соколенко Л. О. Наукові основи шкільного курсу математики : Навчально-методичний посібник для студентів університетів спеціальності 014 Середня освіта (Математика). Частина 1. Чернігів : «Десна Поліграф», 2020. 144 с.

15. Соколенко Л. О. Наукові основи шкільного курсу математики : Навчально-методичний посібник для студентів університетів спеціальності 014 Середня освіта (Математика). Частина 2. Чернігів : «Десна Поліграф», 2020. 92 с.

16.Тарасенкова Н. А., Кірман В. К. Зміст і структура математичної компетентності учнів загальноосвітніх навчальних закладів. *Математика в школі*. 2008. № 6. С. 3–9.

17. Таточенко В. І. Програма спецкурсу «Наукові основи шкільного курсу математики» для магістрів. Херсонський державний університет. URL: <http://dls.ksu.kherson.ua>

18.Теплицька А. О. Професійна підготовка майбутнього вчителя математики як об’єкт теоретичного аналізу. *Наукові праці Чорноморського державного університету імені Петра Могили комплексу «Києво-Могилянська академія»*. Серія : Педагогіка. 2016. Т. 269. Вип. 257. С. 125–130.

Навчальні програми з математики

1.Державний стандарт базової та повної загальної середньої освіти. *Математика в школі*. 2012. № 3. С. 2–8.

2. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 1–4 класи / Укл. Онопрієнко О. В., Скворцова С. О., Листопад Н. П., 2011. URL: www.mon.gov.ua.

3. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5–9 класи. Затверджено Міністерством освіти і науки України. 2017. URL: www.mon.gov.ua.

4. Навчальна програма для поглибленого вивчення математики в 8–9 класах загальноосвітніх навчальних закладів. 2017. URL: www.mon.gov.ua.

5. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. *Математика в рідній школі*. 2017. № 10. С. 2–10.

6. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загально-освітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URL: <https://mon.gov.ua/...programi/navchalni-programi-dlya-10-11...2018>

7. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загально-освітніх навчальних закладів (для класів з поглибленим вивченням математики). URL: <https://mon.gov.ua/...programi/navchalni-programi-dlya-10-11...2018>

Шкільні підручники

1.Богданович М. В., Лищенко Г. П. Математика : підруч. для 4 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Київ : Генеза, **2015**. 176 с.

2. Істер О. С. Математика : підруч. для 5-го кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ : Генеза, **2013**. 368 с.

3. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика : підруч. для 5 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків : Гімназія, **2013**. 352 с.

4. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика. 5 клас : підруч. для закладів загальної середньої освіти. Вид. 2-ге доопрац. відповідно до чинної навч. програми. Харків : Гімназія, **2018**. 272 с.

5. Тарасенкова Н. А. Математика : підруч. для 5-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. П. Бочко, О. М. Коло-мієць, З. О. Сердюк. Київ : Видавничий дім «Освіта», **2013**. 352 с.
6. Тарасенкова Н. А. Математика. 5 кл. : підруч. для закладів загальної середньої освіти / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. П. Бочко, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. Київ : Видавничий дім «Освіта», **2018**. 240 с.
7. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика : підруч. для 6 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків : Гімназія, **2014**. 400 с.
8. Тарасенкова Н. А. Математика : підруч. для 6-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. Київ : Видавничий дім «Освіта», **2014**. 304 с.
9. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра : підруч. для **7 класу** загальноосвіт. навч. закл. Київ : Видавництво «Відродження», **2015**. 288 с.
10. Кравчук В. Р., Підручна М. В., Янченко Г. М. Алгебра : підручник для 7 класу загальноосвіт. навч. закл. Тернопіль : Підручники і посібники, 2014. 224 с.
11. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків : Гімназія, 2015. 256 с.
12. Тарасенкова Н. А. Алгебра : підруч. для 7 класу загальноосвіт. навч. закл. / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. Київ : Видавничий дім «Освіта», 2015. 288 с.
13. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра : підруч. для **8 класу** загальноосвіт. навч. закл. Харків : ФОЛІО, 2016. 256 с.
14. Кравчук В. Підручна М., Янченко Г. Алгебра : підруч. для 8 класу загальноосвіт. навч. закл. Тернопіль : Підручники і посібники, 2016. 256 с.
15. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підруч. для 8 класу загальноосвіт. навч. закл. Харків : Гімназія, 2016. 240 с.
16. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підручн. для 8 кл. з поглибл. вивченням математики. Харків : Гімназія, **2016**. 384 с.
- 3.17. Тарасенкова Н. А. Алгебра : підруч. для 8 класу загальноосвіт. навч. закл. / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. Київ : УОВЦ «Оріон», 2016. 336 с.
18. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра : підруч. для **9 кл.** загальноосвіт. навч. закл. Київ : Видавничий дім «Освіта», **2017**. 272 с.
19. Кравчук В. Підручна М., Янченко Г. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. Тернопіль : Підручники і посібники, 2017. 264 с.
20. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків : Гімназія, 2017. 272 с.
21. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків : Гімназія, 2017. 416 с.
22. Тарасенкова Н. А. Алгебра : підруч. для 9 класу загальноосвіт. навч. закл. / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. Київ : УОВЦ «Оріон», 2017. 272 с.
23. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : підруч. для **10 кл.** загальноосвіт. навчальн. закладів: профільний рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Харків : Гімназія, **2010**. 416 с.
24. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : підруч. для **10 кл.** загальноосвіт. навчальн. закладів: профільний рівень. Харків : Гімназія, **2010**. 416 с.
25. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г. Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ : Видавничий дім «Освіта», **2018**. 336 с.

26. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : проф. рівень : підруч. для **10 кл.** закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Харків : Гімназія, **2018**. 400 с.
27. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : початок вивчення на поглиб. рівні з 8 кл., проф. рівень : підруч. для **10 кл.** закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Харків : Гімназія, **2018**. 512 с.
28. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч. для **10 кл.** закл. загал. серед. освіти. Харків : Вид-во «Ранок», **2018**. 272 с.
29. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. рівень, проф. рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Харків : Гімназія, 2011. 431 с.
30. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. рівень, проф. рівень. Харків : Гімназія, 2011. 448 с.
31. Мерзляк А. Г. Алгебра : підруч. для 11 кл. з поглибленим вивченням математики: у 2 ч. / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Харків : Гімназія, 2011. Ч. 1. 256 с.
32. Мерзляк А. Г. Алгебра : підруч. для 11 кл. з поглибленим вивченням математики: у 2 ч. / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Харків : Гімназія, 2011. Ч. 2. 272 с.
33. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу: (профіл. рівень) : підруч. для **11-го кл.** закл. заг. серед. освіти. Київ : Генеза, **2019**. 416 с.
34. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : проф. рівень : підруч. для **11 кл.** закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський та ін. Харків : Гімназія, **2019**. 352 с.
35. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч. для **11 кл.** закладів загальної середньої освіти. Харків : Вид-во «Ранок», **2019**. 240 с.

