

Кафедра математика та інформатика

Диференціальні рівняння/ Közönséges differenciálegyenletek

МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ТА ЗАВДАННЯ
до контрольних робіт
для здобувачів вищої освіти
заочної форми навчання

Перший (бакалаврський)
(ступінь вищої освіти)

A Освіта/Педагогіка / A Oktatás/Pedagógia

A4.09 Середня освіта (Інформатика) / A4.09 Középiskolai oktatás
(Informatika)

Інформатика
(освітня програма)

Informatika
(Képzési program)



Берегове – 2025

Методичні поради та завдання до контрольних робіт з навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня заочної форми навчання, галузь знань: А Освіта/Педагогіка, А4.09 Середня освіта (Інформатика)б освітня програма: «Інформатика» / Укладач: Кучінка К.Й. Берегове: Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II, 2025. 29 с.

Затверджено до використання у навчальному процесі
на засіданні кафедри математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці II
(протокол № 10 від «23 » червня 2025 року)

Розглянуто та рекомендовано Радою із забезпечення якості освіти
Закарпатського угорського інституту ім. Ф.Ракоці II
(протокол № 7 від « 26 » серпня 2025 року)

Рекомендовано до видання в електронній формі (PDF)
рішенням Вченої ради Закарпатського угорського інституту ім. Ф.Ракоці II
(протокол № 8 від «28» серпня 2025 року)

Укладач:

Каталін Кучінка – кандидат фіз.-мат. наук, доцент, завідувач кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського інституту ім. Ференца Ракоці II

Рецензенти:

Ганна Сливка-Тилищак – доктор фіз.-мат. наук, завідувач кафедри теорії ймовірностей та математичної статистики УжНУ

Адам Доровці – доктор філософії, старший викладач кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського інституту ім. Ференца Ракоці II

повідальні за випуск:

Каталін КУЧІНКА – завідувач кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II, доцент, кандидат фізико-математичних наук

Олександр ДОБОШ – начальник Видавничого відділу ЗУІ ім. Ф.Ракоці II

За зміст методичних вказівок відповідальність несе розробник.

Видавництво: Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II (адреса: пл. Кошута 6, м. Берегове, 90202. Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua)

© Каталін Кучінка, 2025

© Кафедра математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці II, 2025

Módszertani ajánlások és feladatok a „Közönséges differenciálegyenletek” tantárgyhoz kapcsolódó ellenőrződolgozatokhoz, a felsőoktatás első (alapképzési) szintjének levelező tagozatos hallgatói számára, tudományterület: 01 Neveléstudomány/Pedagógia, 014.09 Középfokú oktatás (Informatika), képzési program: „Informatika” / Összeállította: Kucsinka K. J. – Beregszász: II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola, 2025. – 29 p.

Az oktatási folyamatban történő felhasználását jóváhagyta a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszéke
(2025.06.23. , 10 számú jegyzőkönyv)).

Megjelentetésre javasolta a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Oktatási és Módszertani Tanácsa
(2025.augusztus 26., 7. számú jegyzőkönyv).

Elektronikus formában (PDF fájlformátumban) történő kiadásra javasolta a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Tudományos Tanácsa
(2025. augusztus 28., 8. számú jegyzőkönyv).

Kiadásra elkészítette a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszéke, valamint Kiadói Részlege.

A módszertani útmutató kidolgozója:

KUCSINKA Katalin – PhD, a fizikai és matematikai tudományok kandidátusa, docens, a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszékének tanszékvezetője és docense

Szakmai lektorok:

Slyvka-Tylyshchak Ganna – fizika-matematika tudományok doktora, a Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika Tanszék vezetője, Ungvári Nemzeti Egyetem

Daróci Ádám – PhD, a Matematika és Informatika Tanszék vezetőjének, II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

A kiadásért felelnek:

KUCSINKA Katalin – PhD, a fizikai és matematikai tudományok kandidátusa, a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszékének tanszékvezetője és docense

DOBOS Sándor – a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Kiadói Részlegének vezetője

A segédlet tartalmáért kizárólag a módszertani útmutató kidolgozója felel.

Kiadó: II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola (cím: 90 202, Beregszász, Kossuth tér 6. E-mail: foiskola@kmf.uz.ua)

© Kucsinka Katalin, 2025

© A II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika Tanszéke, 2025

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	5
2. A tantárgy leírása	6
3. Példa feladatsor megoldással	7
4. Beadandó változatai	12
1. változat	12
2. változat	12
3. változat	13
4. változat	14
5. változat	15
6. változat	16
7. változat	16
8. változat	17
9. változat	18
10. változat	19
11. változat	19
12. változat	20
13. változat	21
14. változat	22
15. változat	22
16. változat	23
17. változat	24
18. változat	25
19. változat	25
20. változat	26

1. Bevezetés

A jelen gyűjtemény a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola informatika szakos, harmadéves levelező tagozatos hallgatói számára készült. Célja, hogy segítse a hallgatókat az önálló tanulásban, valamint rendszerezett formában biztosítson gyakorlási lehetőséget a differenciálegyenletek alapvető fogalmainak, megoldási módszereinek és alkalmazásainak elsajátításához.

A levelező képzés sajátossága, hogy a kontaktórák száma korlátozott, így a tananyag mélyebb megértését és a feladatmegoldási készségek fejlesztését jelentős mértékben az otthoni, önálló munkavégzés biztosítja.

A gyűjteményben található feladatsorok több változatban kerültek összeállításra. Ezek lehetőséget nyújtanak arra, hogy a hallgatók különféle típusú példákon keresztül gyakorolják a differenciálegyenletek osztályozását, megoldási módszereit, valamint a kapott eredmények elemzését és értelmezését. Az egyes változatok azonos nehézségi szinten helyezkednek el, de eltérő szövegkörnyezetben és adatokkal jelennek meg, így biztosítják a változatos felkészülést, elkerülve az egyszerű mechanikus ismétlést.

A kötet velején egy mintaváltozat megoldásokkal együtt is megtalálható, amely útmutatóként szolgál a helyes megoldási folyamat elsajátításához, valamint lehetőséget biztosít az önellenőrzésre.

Reményeink szerint ez a gyűjtemény nemcsak a vizsgákra való felkészüléshez nyújt hasznos támogatást, hanem hozzájárul ahhoz is, hogy a hallgatók magabiztosan alkalmazzák a differenciálegyenletek módszereit későbbi tanulmányaik és szakmai pályafutásuk során.

2. A tantárgy leírása

A **tantárgy célja**, hogy megismertesse a hallgatót a differenciálegyenletek alapvető fogalmaival és eredményeivel. Tegye képessé arra, hogy önállóan gondolkodva tudjon feladatokat megoldani, olyanokat, melyek illeszkednek az előadás anyagához. A félév során a hallgató alkalmazhatja azokat az ismereteket, megoldási módszereket, amelyek a matematikai analízis. tantárgy tanulása közben elsajátított.

Feladat: függetlenül a fizikai vagy geometriai folyamatok természetétől, megtanítani matematikai modelleket felállítani differenciálegyenletek segítségével; az egyenletek osztályozása, megoldása és a megoldások elemzése; a logikai és algoritmikus gondolkodás fejlesztése; az alapvető matematikai apparátus ismereteinek, valamint ezek szakmai tevékenységben való alkalmazásához szükséges készségek és jártasságok elsajátítása.

A kurzus során a hallgató által elsajátítandó általános és szakmai kompetenciák:

ZK1 – Képesség az absztrakt gondolkodásra, elemzésre és szintézisre, valamint a tudás gyakorlati helyzetekben való alkalmazására.

ZK3 – Képesség az államnyelven szóban és írásban való kommunikációra, valamint szakmai idegen nyelvi kommunikációra.

FK7 – Képesség a szakmai tevékenységet a tanulók életének és egészségének védelmére vonatkozó jogszabályi követelmények betartásával végezni (beleértve a sajátos nevelési igényű tanulókat is); egészségmegőrző technológiák alkalmazása az oktatási folyamatban.

FK8 – Képesség az egyenrangú, személyiségközpontú, partneri tanár–diák interakcióra az oktatási folyamatban, valamint a szülők bevonására partnerségi alapon.

FK18 – Képesség koncepcionális, logikai és fizikai modellek létrehozására adatbázis-kezelő rendszerek tervezéséhez.

A program eredményei: PRN1 – Reprodukálja a pedagógia és pszichológia alapvető koncepcióit és elveit; figyelembe veszi az oktatási folyamatban a fejlődés törvényszerűségeit, az életkori és egyéb egyéni sajátosságokat.

PRN5 – Megfelelő nevelési formákat és módszereket választ az órákon és a tanórán kívüli tevékenységekben; elemzi a tanulók személyiségfejlődésének dinamikáját, meghatározza a hatékony motivációs utakat az önfejlesztésre és a fejlődésre, figyelembe véve minden egyes tanuló képességeit és érdeklődését.

PRN6 – Megnevezi és megmagyarázza a pszichológiailag biztonságos és kényelmes oktatási környezet megtervezésének elveit a tanulók életének és egészségének védelmét szabályozó jogszabályok betartásával (beleértve a sajátos nevelési igényű tanulókat is); alkalmazza az egészségmegőrző technológiákat, a zaklatás megelőzésének és kezelésének módjait, valamint hatékony együttműködést alakít ki a tanulókkal és szüleikkel.

PRN7 – Bemutatja az alapvető és alkalmazott tudományok ismeretét (a szakterületnek megfelelően), használja a szakterület alapvető kategóriáit és fogalmait.

PRN9 – Alkalmazza a modern információs-kommunikációs és digitális technológiákat szakmai tevékenységében.

PRN10 – Bemutatja a tudományos információkeresés modern technológiáinak ismeretét önképzéshez és azok szakmai tevékenységben való alkalmazásához.

PRN13 – Ismeri a szakmai tevékenységre vonatkozó jogszabályok alapvető rendelkezéseit, indokolja a demokratikus jogállam eszközeinek használatát a szakmai és közéleti tevékenységben, valamint a döntéshozatalt az emberi jogok és szabadságok tiszteletben tartásának alapján.

PRN26 – Kialakítja a tanulóknál a matematika és informatika képét a modern tudományos eredmények alapján.

3. Példa feladatsor megoldással

1. Határozza meg a következő szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = \frac{2x}{(1+x^2)y}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x-y)y' = x+3y.$$

4. Határozza meg az alábbi *egzakt* differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 1$ kezdeti feltételt:

$$(2xy + y^2) dx + (x^2 + 2xy) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + (y')^2.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = x e^{y'} + y'.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = e^x, \quad y_2 = x e^x, \quad y_3 = e^{2x}.$$

8. Oldja meg a következő lineáris, állandó együtthatós differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - y = e^x.$$

9. Oldja meg a következő lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y = 2 \cos x + x.$$

Megoldások

- 3.1. Feladat.** *Határozzuk meg a differenciálegyenlet megoldását:*

$$y(x+1) dy - x(x+1) dx = 0.$$

Megoldás Az egyenlet szétválasztható. Írjuk át:

$$(x+1)(y dy - x dx) = 0.$$

Ebből két lehetőség adódik:

(I) $x+1=0$, vagyis $x \equiv -1$. Ez egy *különleges* (implicit, függvényként nem leírható) megoldási görbe: a függőleges egyenes $x=-1$ kielégíti az egyenletet.

(II) $y dy - x dx = 0$. Ekkor

$$y dy = x dx \implies \int y dy = \int x dx \implies \frac{1}{2}y^2 = \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Átrendezve az általános (impliciten adott) megoldás:

$$y^2 - x^2 = C, \quad C \in \mathbb{R}.$$

Megjegyzés. A fenti megoldást úgy is kaphatjuk, hogy dx -szel osztva

$$(x+1)y y' = (x+1)x$$

adódik, és ha $x \neq -1$, akkor oszthatunk $(x+1)$ -gyel: $y y' = x$, azaz $y dy = x dx$, ami az előbbi integrálásra vezet. Az $x = -1$ egyenes külön megoldásként jelenik meg, mert az osztásnál elveszne.

1. Határozza meg a következő szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = \frac{2x}{(1+x^2)y}.$$

Megoldás Szétválasztás: $y dy = \frac{2x}{1+x^2} dx$. Integrálva

$$\frac{1}{2}y^2 = \ln(1+x^2) + C \implies y^2 = 2\ln(1+x^2) + C.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

Megoldás Legyen $y = ux$ (így $y' = u + xu'$). Ekkor

$$u + xu' = \frac{x+ux}{x-ux} = \frac{1+u}{1-u} \implies xu' = \frac{1+u}{1-u} - u = \frac{1+u-u+u^2}{1-u} = \frac{1+u^2}{1-u}.$$

Szétválasztva

$$\frac{1-u}{1+u^2} du = \frac{dx}{x}.$$

Integrálva: $\int \frac{1}{1+u^2} du - \int \frac{u}{1+u^2} du = \ln|x| + C$, azaz

$$\arctan u - \frac{1}{2} \ln(1+u^2) = \ln|x| + C.$$

Visszahelyettesítve $u = \frac{y}{x}$ adódik az implicit megoldás:

$$\arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) = \ln|x| + C.$$

Ekvivalensen: $\arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) = C$.

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x - y) y' = x + 3y.$$

Megoldás Írjuk $y = ux$ -szal ($y' = u + xu'$):

$$(x - ux)(u + xu') = x + 3ux \Rightarrow (1 - u)(u + xu') = 1 + 3u.$$

Bontva: $(1 - u)u + x(1 - u)u' = 1 + 3u$, így

$$x(1 - u)u' = 1 + 3u - u + u^2 = 1 + 2u + u^2 = (1 + u)^2.$$

Szétválasztás:

$$\frac{1 - u}{(1 + u)^2} du = \frac{dx}{x}.$$

Részlet: $\frac{1 - u}{(1 + u)^2} = \frac{1}{1 + u} - \frac{2}{(1 + u)^2}$. Integrálva:

$$\ln(1 + u) + \frac{2}{1 + u} = \ln |x| + C.$$

Vissza $u = \frac{y}{x}$: $\ln\left(1 + \frac{y}{x}\right) + \frac{2}{1 + \frac{y}{x}} = \ln |x| + C$. Tömörebben: $\ln(x + y) + \frac{2x}{x + y} - \ln |x| = C$.

4. Határozza meg az alábbi *egzakt* differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 1$ kezdeti feltételt:

$$(2xy + y^2) dx + (x^2 + 2xy) dy = 0.$$

Megoldás $M = 2xy + y^2$, $N = x^2 + 2xy$. Mivel $M_y = 2x + 2y = N_x$, az egyenlet egzakt. Potenciálfüggvény:

$$F(x, y) = \int (2xy + y^2) dx = x^2y + xy^2 + g(y).$$

Ekkor $F_y = x^2 + 2xy + g'(y) \stackrel{!}{=} x^2 + 2xy \Rightarrow g'(y) = 0$, tehát

$$F(x, y) = x^2y + xy^2 = C.$$

Kezdeti feltétel: $x = 1, y = 1 \Rightarrow C = 2$. A partikuláris megoldás:

$$x^2y + xy^2 = 2.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + (y')^2.$$

Megoldás Legyen $p = y'$. Általános megoldás: $y = Cx + C^2$ (C konstans). A burkoló-görbéhez: $\partial y / \partial p = x + 2p = 0 \Rightarrow p = -\frac{x}{2}$. Ekkor $y = xp + p^2 = -\frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{4} = -\frac{x^2}{4}$. Tehát a megoldáscsalád: $y = Cx + C^2$, illetve a szinguláris megoldás $y = -\frac{x^2}{4}$.

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = x e^{y'} + y'.$$

Megoldás Jelölje $p = y'$. Lagrange-alak: $y = x f(p) + g(p)$ ahol $f(p) = e^p$, $g(p) = p$. A módszer szerint

$$\frac{dx}{dp} - \frac{f'(p)}{p - f(p)} x = \frac{g'(p)}{p - f(p)}.$$

Itt $f'(p) = e^p$, $g'(p) = 1$, így

$$\frac{dx}{dp} - \frac{e^p}{p - e^p} x = \frac{1}{p - e^p}.$$

Ez lineáris egyenlet $x(p)$ -re. Integrálási tényező:

$$\mu(p) = \exp\left(\int -\frac{e^p}{p - e^p} dp\right) = \exp\left(\int \frac{e^p}{e^p - p} dp\right).$$

Ekkor $\frac{d}{dp}(\mu x) = \mu \frac{1}{p - e^p}$. Integrálva:

$$\mu(p) x = \int \frac{\mu(p)}{p - e^p} dp + C,$$

majd visszahelyettesítve $x = x(p)$ és végül $y = x e^p + p$. (Ez a feladat zárt alakban csúnyább kifejezést ad; a Lagrange-módszerrel kapott (p, x) paraméteres leírás korrekt megoldás: $\begin{cases} \frac{dx}{dp} - \frac{e^p}{p - e^p} x = \frac{1}{p - e^p}, \\ y = x e^p + p, \end{cases}$ amelyből $x(p)$ integrálható és $y(x)$ paraméteresen adható meg.)

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = e^x, \quad y_2 = x e^x, \quad y_3 = e^{2x}.$$

Megoldás Wronski-determináns:

$$W = \begin{vmatrix} e^x & x e^x & e^{2x} \\ e^x & (1+x)e^x & 2e^{2x} \\ e^x & (2+x)e^x & 4e^{2x} \end{vmatrix} = e^x \cdot e^x \cdot e^{2x} \begin{vmatrix} 1 & x & e^x \\ 1 & 1+x & 2e^x \\ 1 & 2+x & 4e^x \end{vmatrix}.$$

Értékeljük $x = 0$ -ban: $W(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (1 \cdot 4 - 2 \cdot 2) - 0 + 1 \cdot (1 \cdot 2 - 1 \cdot 1) = 0 + 1 = 1 \neq 0$. Mivel a Wronski-féle determináns nem azonosan nulla, a függvények lineárisan függetlenek.

8. Oldja meg a következő lineáris, állandó együtthatós differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - y = e^x.$$

Megoldás Homogén rész: $r^2 - 1 = 0 \Rightarrow r = \pm 1$, így $y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$. A kényszer e^x rezonál e^x -szel, ezért tegyük $y_p = A x e^x$. Ekkor $y'_p = A e^x(1 + x)$, $y''_p = A e^x(2 + x)$. Behelyettesítve:

$$(A e^x(2 + x)) - A x e^x = A e^x = e^x \Rightarrow A = 1.$$

Tehát $y_p = x e^x$, és a teljes megoldás:

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + x e^x.$$

9. Oldja meg a következő lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y = 2 \cos x + x.$$

Megoldás Homogén: $y_h = C_1 \cos x + C_2 \sin x$. A kényszer két részből áll.

(i) $2 \cos x$ rezonáns; vegyük $y_{p1} = A x \sin x$. Ekkor $y'_{p1} = A \sin x + A x \cos x$, $y''_{p1} = 2A \cos x - A x \sin x$. Így $y''_{p1} + y_{p1} = (2A \cos x - A x \sin x) + A x \sin x = 2A \cos x$, ezért $2A = 2 \Rightarrow A = 1$. Tehát $y_{p1} = x \sin x$.

(ii) x polinom; tegyük $y_{p2} = ax + b$. Ekkor $y''_{p2} = 0$, így $y''_{p2} + y_{p2} = ax + b = x \Rightarrow a = 1$, $b = 0$. Tehát $y_{p2} = x$.

Összesen:

$$y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + x \sin x + x.$$

4. Beadandó változatai

1. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = \frac{2x + 1}{y(1 + x^2)}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x + y}{x - y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}.$$

4. Határozza meg az alábbi *egzakt* differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 0$ kezdeti feltételt:

$$(2xy + y^2) dx + (x^2 + xy) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + (y')^2.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = x \ln(1 + y') + 2y'.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \sin x, \quad y_2 = \cos x, \quad y_3 = 1.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 3y' + 2y = 3e^x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y = 2 \cos x + x \sin x.$$

2. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$(1 + y^2) dy = (x - 1) dx.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x^2 - xy}{xy - y^2}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{y + x}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

4. Határozza meg az alábbi *egzakt* differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 1$ kezdeti feltételt:

$$(3x^2y + 2x) dx + (x^3 + e^y) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \ln(1 + y').$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = (y')^2 x + \sqrt{1 + y'}.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{-x}, \quad y_3 = \cosh x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - y' = xe^x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 4y = \cos 2x + 3 \sin 2x.$$

3. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = (x^2 + 1) y.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{y - 2x}{x + 2y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x - y) y' = x + y.$$

4. Határozza meg az alábbi *egzakt* differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 1$ kezdeti feltételt:

$$(y + 2x) dx + (x + xy) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + e^{2y'}.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = \sqrt{1 + (y')^2} x + \arctan(y').$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \cos x, \quad y_2 = \cos 2x, \quad y_3 = \sin x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 3y' + 2y = 4e^{-x}.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - y = x^2.$$

4. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y(1 + x^2)}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x^2 + xy}{y^2 - xy}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}.$$

4. Határozza meg az alábbi *egzakt* differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 0$ kezdeti feltételt:

$$(y \cos x + 2x) dx + (x \cos x - \sin x) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' - \ln(1 - y').$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = e^{y'} x + (y')^3.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = 1, \quad y_2 = x, \quad y_3 = e^x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 4y' + 4y = \cos x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y' = 1 + e^{2x}.$$

5. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$(y^2 + 1) dy = \frac{2}{x} dx.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{xy + 2y^2}{x^2 + 2xy}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x + 2y) y' = 2x - y.$$

4. Határozza meg az alábbi *egzakt* differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 0$ kezdeti feltételt:

$$(x + y^2) dx + (2xy + 3y) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \sqrt{1 + (y')^2}.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = \ln(1 + y') x + (y')^2 + 1.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \sin x, \quad y_2 = \sin 2x, \quad y_3 = \cos x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 2y' + y = e^x + x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 9y = 2 \cos 3x + x e^{0 \cdot x}.$$

6. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = \frac{1 - 2x}{y(1 + x^2)}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x + 2y}{2x - y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x - 2y) y' = x + 2y.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 1$ kezdeti feltételt:

$$(2xy + y^2 + 1) dx + (x^2 + xy) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \ln(1 + (y')^2).$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = e^{y'} x + (y')^2.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \sin x, \quad y_2 = \cos x, \quad y_3 = \sin 2x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^{2x}.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y' = \cos x + x.$$

7. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$(1 + y^2) dy = (x - 2) dx.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x^2 - xy}{xy + y^2}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{y}{x} + \frac{2x}{y}.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 0$ kezdeti feltételt:

$$(3x^2y + 2x) dx + (x^3 + y) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + e^{y'}.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = \sqrt{1 + (y')^2} x + \arctan(y').$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = 1, \quad y_2 = x, \quad y_3 = e^x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 2y' + y = e^{-x}.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 4y = 2 \cos 2x - 3 \sin 2x.$$

8. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = (x^2 + 1) y.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{2y - x}{x + 2y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x + y) y' = 2x - y.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 0$ kezdeti feltételt:

$$(y + 2x + \cos x) dx + (x + xy - \sin x) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' - \ln(1 - y').$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = (y')^3 + e^x y'.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \cos x, \quad y_2 = \cosh x, \quad y_3 = \sinh x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - y' - 2y = 5e^x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 9y = x \cos 3x.$$

9. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y(1+x^2)}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x^2 + xy}{y^2 - 2xy}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{2y}.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 1$ kezdeti feltételt:

$$(xy + y^2 + 1) dx + (x^2 + 2xy) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \sqrt{1 + (y')^2}.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = \ln(1 + y') x + (y')^2.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \sin x, \quad y_2 = \cos x, \quad y_3 = 1.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 4y' + 4y = \sin x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y' = 1 + e^{2x}.$$

10. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$(y^2 + 1) dy = \frac{2}{x} dx.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{xy + 2y^2}{x^2 + 2xy}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(2x + y) y' = x - 2y.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 2$ kezdeti feltételt:

$$(2xy + x) dx + (x^2 + y + e^y) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \arctan(y').$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = x\sqrt{1 + (y')^2} + y'.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{-x}, \quad y_3 = \cosh x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 2y' + y = e^x + x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 16y = 3 \cos 4x + x \sin 4x.$$

11. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = \frac{3x - 1}{y(1 + x^2)}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x - y}{2x + y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x - y) y' = y + 2x.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 2$ kezdeti feltételt:

$$(2x + y + 1) dx + (x + e^y) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \ln(1 - (y')^2).$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = x \sinh(y') + (y')^3.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = 1, \quad y_2 = x, \quad y_3 = x^2.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - y = e^{2x}.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 4y' + 3y = \cos x.$$

12. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$(y^2 + 2) dy = \frac{1 - x}{1 + x^2} dx.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{2x + 3y}{x - y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{y}{x} - \frac{2x}{y}.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 1$ kezdeti feltételt:

$$(xy + 2x) dx + (x^2 + y + \cos y) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + e^{2y'}.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = \sqrt{1 + (y')^2} x + (y')^2.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \cos x, \quad y_2 = \sin 2x, \quad y_3 = \cos 2x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 2y' + 5y = 3e^x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y = x \sin x.$$

13. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = \frac{x}{y} (1 + x^2).$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x + y}{2y - x}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x + 2y) y' = y - 2x.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 0$ kezdeti feltételt:

$$(2xy + y^2) dx + (x^2 + 2y) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' - \ln(1 + y').$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = e^{y'} (x + 1) + y'.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{2x}, \quad y_3 = e^{-x}.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 3y' + 2y = 2e^{-x} + 1.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 9y = \sin 3x + x.$$

14. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x+1}{y(1+x^2)}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x^2 - 2xy}{x^2 + y^2}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{y+x}{y-x}.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 0$ kezdeti feltételt:

$$(y \cos x + x) dx + (x \cos x + \sin x) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \arctan(y').$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = x \ln(1 + y') + (y')^2.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \sinh x, \quad y_2 = \cosh x, \quad y_3 = e^x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x}.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y' + y = \cos x.$$

15. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$(y^2 + 1) dy = x dx.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{2x - y}{x + y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x - y) y' = 2x + y.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 1$ kezdeti feltételt:

$$(y + 3x) dx + (x + xy + 1) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \sqrt{1 + (y')^2}.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = \ln(1 + y') x + e^{y'}.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \cos x, \quad y_2 = \sin x, \quad y_3 = \cos 2x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 2y' = e^x + \sin x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 9y = 4 \cos 3x - 2 \sin 3x.$$

16. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = \frac{x - 1}{y(1 + x^2)}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{xy + y^2}{x^2 - xy}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x + y) y' = -x + 2y.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 2$ kezdeti feltételt:

$$(x + y^2) dx + (2xy + e^y) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \ln(1 + y') + (y')^2.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = x \sqrt{1 + (y')^2} + \arcsin\left(\frac{y'}{\sqrt{1 + (y')^2}}\right).$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = 1, \quad y_2 = e^x, \quad y_3 = e^{2x}.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - y' - 6y = 5e^{2x}.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 4y = x \cos 2x.$$

17. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y(1 + x^2)}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x + 3y}{2x + y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(2x - y) y' = x + y.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 0$ kezdeti feltételt:

$$(2xy + x) dx + (x^2 + y + \sin y) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \ln(1 + e^{y'}).$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = e^{y'} x + \cosh(y').$$

Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \sin x, \quad y_2 = \sin 2x, \quad y_3 = \sin 3x.$$

Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 5y' + 6y = e^{-x}.$$

Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y = 2 \cos x + 3 \sin x.$$

18. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$(y^2 + 4) dy = \frac{3 - 2x}{1 + x^2} dx.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{2x - y}{y - x}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x - 2y) y' = -2x + y.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 1$ kezdeti feltételt:

$$(xy + y + 1) dx + (x^2 + xy + e^x) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' - \sqrt{1 - (y')^2}.$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = \ln(1 + (y')^2) x + (y')^3.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = \cosh x, \quad y_2 = \sinh x, \quad y_3 = 1.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - 3y' + 2y = 2e^x + \cos x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 25y = x \sin 5x.$$

19. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' = y(x^2 + 1).$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x - 2y}{2x + y}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(2x + y) y' = 3x - y.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(1) = 2$ kezdeti feltételt:

$$(y + 2x + \sin x) dx + (x + xy + \cos x) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \operatorname{arcsinh}(y').$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = x e^{y'} + (y')^2 + y'.$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = e^x, \quad y_2 = \cos x, \quad y_3 = \sin x.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' - y' - 2y = e^{2x} + x.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 4y = 3 \cos 2x - 2 \sin 2x.$$

20. változat

1. Határozza meg a szétválasztható differenciálegyenlet általános megoldását:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - x}{y(1 + x^2)}.$$

2. Oldja meg a következő, változóiban homogén differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{x^2 + 2xy}{2y^2 - xy}.$$

3. Vezesse homogén alakra és oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$(x + y) y' = x - 3y.$$

4. Határozza meg az alábbi egzakt differenciálegyenlet azon partikuláris megoldását, amely kielégíti a $y(0) = 0$ kezdeti feltételt:

$$(x + y + e^x) dx + (x^2 + y^2) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő (Clairaut-típusú) implicit differenciálegyenletet:

$$y = x y' + \ln(1 + \cosh(y')).$$

6. Oldja meg az alábbi Lagrange-féle differenciálegyenletet:

$$y = x \sqrt{1 + (y')^2} + \ln(1 + y').$$

7. Döntse el, hogy az alábbi függvények lineárisan független rendszert alkotnak-e az $\mathbb{R}$ -en:

$$y_1 = 1, \quad y_2 = \cosh x, \quad y_3 = e^{-x}.$$

8. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + 6y' + 9y = e^{-3x}.$$

9. Oldja meg a lineáris differenciálegyenletet a próbafüggvény módszerével:

$$y'' + y = x^2 \cos x.$$

Hivatkozások

1. Lajkó Károly Differenciálegyenletek/[Debrecen](#). : [Egyetemi Kiadó](#), 2003 – 83 old.
2. Lajkó Károly Kalkulus II. példatár - II.kötet a kalkulus II. és a differenciálegyenletek tárgyakhoz [Debrecen](#). : [Egyetemi Kiadó](#), 2003
3. Lajkó Károly Analízis III [Debrecen](#). : [Egyetemi Kiadó](#), 2003
4. Tóth János, Simon L. Péter Differenciálegyenletek – Bevezetés... (3. kiadás), Typotex Kiadó, Budapest, 2021, 394 p.
5. Самойленко А. М., Парасюк І.О., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння. Підручник Либідь, 2003, - 600 стор
6. Перестюк М. О., Свищук М. Я.: *Збірник задач з диференціальних рівнянь : навчальний посібник для студентів університетів та технічних вищих закладів освіти (3-тє вид., перероб. і допов.)*. Аксіома, Кам'янець-Подільський, 2015, 200с.
7. Пріщенко О. П., Черногор Т. Т.: *Звичайні диференціальні рівняння та їх застосування при розв'язуванні прикладних задач*. НТУ «ХПІ», Харків, 2025, 142 с.

Виробничо-практичне видання

« Диференціальні рівняння »

МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ТА ЗАВДАННЯ

до контрольних робіт
для здобувачів вищої освіти
заочної форми навчання

2025 р.

Затверджено до використання у навчальному процесі
на засіданні кафедри математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці II
протокол № 10 від «23» червня 2025 року

Розглянуто та рекомендовано Навчально-методичною радою
Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II
(протокол № 7 від «26» серпня 2025 року)

Рекомендовано до видання в електронній формі (PDF)
рішенням Вченої ради Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II
(протокол № 8 від «28» серпня 2025 року)

Підготовлено до видання в електронній формі (PDF) кафедрою математики та інформатики
спільно з Видавничим відділом Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці
II (59 с., угорською мовою)

Укладач:

Каталін Кучінка – кандидат фіз.-мат. наук, доцент, завідувач кафедри математики та
інформатики Закарпатського угорського інституту ім. Ференца Ракоці II

Рецензенти:

Ганна Сливка-Тилищак – доктор фіз.-мат. наук, завідувач кафедри теорії ймовірностей та
математичної статистики УжНУ

Адам Доровці – доктор філософії, старший викладач кафедри математики та інформатики
Закарпатського угорського інституту ім. Ференца Ракоці II

Відповідальні за випуск:

Каталін КУЧІНКА – завідувач кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського
інституту імені Ференца Ракоці II, доцент, кандидат фізико-математичних наук

Олександр ДОБОШ – начальник Видавничого відділу ЗУІ ім. Ф.Ракоці II

За зміст методичних вказівок відповідальність несуть розробники.

Видавництво: Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II (адреса:
пл. Кошута 6, м. Берегове, 90202. Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua) *Свідомо про
внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і
розповсюджувачів видавничої продукції Серія ДК _____ від _____ 2025 року*

Розмір сторінок методичних вказівок: А4 (210x297мм)