

**З ЗАКАРПАТСЬКИЙ УГОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ФЕРЕНЦА РАКОЦІ ІІ
II. RÁKÓCZI FERENC KÁRPÁTALJAI MAGYAR EGYETEM**

**Кафедра математики та інформатики
Matematika és Informatika Tanszék**

«ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ» / MATEMATIKA TÖRTÉNETE

(для студентів 1-го курсу освітньої програми «А4. Середня освіта. Математика») / A4
„Középfokú oktatás. Matematika” képzési program
1. évfolyamos hallgatói részére)

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ / MÓDSZERTANI ÚTMUTATÓ

Другий (магістерський) / Mesterképzés (MSc)
(ступінь вищої освіти / a felsőoktatás szintje)

01 Освіта/Педагогіка / 01 Oktatás/Pedagógia
(галузь знань / képzési ág)

*Середня освіта (Математика) /
Középiskolai oktatás (Matematika)*
(освітня програма / képzési program)



Берегове / Beregszász
2026 p. / 2026

Методичні вказівки призначені для студентів 1-го курсу другого (магістерського) рівня вищої освіти, які навчаються за освітньою програмою «А4. Середня освіта. Математика». Видання містить систематизований навчальний матеріал з дисципліни «Історія математики», структурований за тематичним принципом відповідно до освітньо-професійної програми, навчального плану та робочої програми дисципліни. Матеріали спрямовані на формування цілісного уявлення про становлення та розвиток математичних знань, основні етапи розвитку математики, її провідні напрями та внесок видатних учених у розвиток математичної науки.

Затверджено до використання у навчальному процесі
на засіданні кафедри математики та інформатики ЗУУ ім. Ф.Ракоці II
(протокол №1 від 24 серпня 2026 року)

Розглянуто та рекомендовано Радою із забезпечення якості вищої освіти
Закарпатського угорського університету імені Ференца Ракоці II
(протокол № від «22» вересня 2026 року)

Рекомендовано до видання у електронній формі (PDF)
рішенням Вченої ради Закарпатського угорського університету імені Ференца Ракоці II
(протокол № від «23» вересня 2026 року)

Укладач методичних вказівок:

Лівія Месарош – кандидат фізико – математичних наук, доцент кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського університету імені Ференца Ракоці II

Рецензенти:

Стойка Мирослав Вікторович – кандидат фізико – математичних наук, доцент, зав. кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського університету імені Ференца Ракоці II

Шафраньош Мирослав Іванович, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри ФМД. ДВНЗ «УжНУ»

За зміст методичних вказівок відповідальність несуть розробники.

Видавництво: Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II (адреса: пл. Кошута 6, м. Берегове, 90202. Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua)

© Лівія Месарош, 2026
© Кафедра математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці II, 2026

A Matematika története módszertani útmutató az A4. Középiskolai oktatás. «Matematika» képzési programban tanuló, második (mesterképzési) szintű felsőoktatásban részt vevő elsőéves hallgatók számára készült. A kiadvány rendszerezett tananyagot tartalmaz a Matematika története című tantárgyhoz, amely tematikus elvek szerint, az oktatási és szakmai program, a tanterv, valamint a tantárgy munkaprogramja alapján került összeállításra. A kiadvány anyagai a matematikai ismeretek kialakulásának és fejlődésének átfogó megismerését, a matematika fejlődésének főbb szakaszait, meghatározó irányzatait, valamint a kiemelkedő tudósoknak a matematikai tudomány fejlődéséhez való hozzájárulását mutatják be.

Az oktatási folyamatban történő felhasználását jóváhagyta
a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Egyetem Matematika és Informatika tanszéke
(2026. augusztus 24. 1. számú jegyzőkönyv).

Megjelentetésre javasolta a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Egyetem
Felsőoktatási Minőségbiztosítási Tanácsa
(2026. szeptember 22. számú jegyzőkönyv).

Elektronikus formában (PDF fájlformátumban) történő kiadásra javasolta
a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Egyetem Tudományos Tanácsa
(2026. szeptember 23., számú jegyzőkönyv).

A módszertani útmutató kidolgozói:

dr. Mészáros Livia – a fizika és matematikai tudományok kandidátusa, a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika tanszék docense

Szakmai lektorok:

Sztojka Miroszláv – a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Egyetem Matematika és Informatika Tanszékének tanszékvezető docense

Dr. Sáfrányos Miroszláv - az UNE ukrán–Magyar Oktatási-Tudományos Intézete. Fizika és Matematika Tanszékének tanszékvezető professzora

A segédlet tartalmáért kizárólag a módszertani útmutató kidolgozói felelnek.

Kiadó: II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola (cím: 90 202, Beregszász, Kossuth tér 6. E-mail: foiskola@kmf.uz.ua)

© dr. Mészáros Livia, 2026
© A II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Matematika és Informatika tanszéke, 2026

TARTALOM

Вступ/ Bevezetés/ Introduction.....	3
A tantárgy célja, feladata és kompetenciái /Мета, завдання, компетентності та очікувані програмні результати навчання навчальної дисципліни.....	9
A kurzus tematikája/ Тематика курсу.....	16
Ellenőrző kérdések listája / Перелік питань для самоконтролю.....	18
Részletes témalista / Детальний перелік тематик.....	24
A Matematikatörténet rövid leírása../ Короткі тези Історії математики.....	30
Tesztfeladatok /Тестові завдання.....	71
Szemléltető anyagok / Ілюстративні матеріали	79
Irodalomjegyzék/Список використаних джерел.....	82

Вступ

На сучасному етапі розвитку науки збільшується обсяг різноманітної легкодоступної інформації, разом з тим втрачається бажання вивчати детально і глибоко будь-яку початкову дисципліну, тим більше історію її становлення та розвитку.

Науковці стверджують, що знання основних фактів історії виникнення вихідних понять, основних історичних стимулів розвитку, біографічні відомості про видатних математиків, знання стану проблем математики має вплив на ставлення студентів, учнів до предмету, на мотивацію їх навчальної діяльності.

Згідно Бесов, Л.М. (2004) вища школа модернізує навчальний процес майбутніх фахівців в напрямку потреби для них синтеза знань, єдності науки і культури. Історія науки і техніки формує мислення, віддзеркалює не тільки власне їх розвиток, але і те, яким чином вони впливають на задоволення суспільних потреб, відповідають інтересам і зберігають цінності для нащадків, стосунки між людьми.

Існує розрив між сформованими предметними компетентностями та відсутністю функціональної грамотності і це одна з головних проблем математичної освіти. Виявилося, що студенти не вміють застосовувати математичні знання в реальних життєвих ситуаціях. На думку автора за допомогою використання історії математики можна реалізувати навчальний процес так, щоб розкрити взаємопроникнення наукових ідей, понять, законів що входять у зміст кожної математичної дисципліни, щоб студенти зрозуміли складну структуру математики.

Як жодна інша наука, математика є наукою сукупною: кожен математичний результат, який коли-небудь був правильно доведений, залишається частиною математики і не суперечить новим знанням. Таким чином, історія математики має особливе значення для розуміння її змісту. Формування мотивації до вивчення математики є важливою проблемою

педагогічної теорії та практики. Її можна вирішувати різними способами, прийомами, методами, але одним із найбільш дієвих є використання елементів історизму.

Роль історії математики в загальнолюдській культурі та історії наук величезна, слід зазначити, що математичну науку є складовою частиною філософії, яка служила засобом пізнання світу. Дисципліна «історії математики» частина культурної спадщини людства, невід'ємна одиниця серед історії різних наук у цілісній історії науки, вона вивчає основні етапи розвитку математичної науки у її історичному розрізі, закономірності формування математичних теорій, біографії видатних постатей математики; сприяє виробленню наукового світогляду, розвитку інтелекту, відповідної математичної культури і досягненню необхідного загальнокультурного рівня, вчить правильно встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, формує у студентів загальну ерудицію та є невід'ємною складовою процесу формування готовності майбутніх учителів математики до педагогічної діяльності.

Математична освіта сьогодні набагато поширеніша, ніж півстоліття тому, постійно виникають нові підходи, та методологічні погляди, але елементи історії математики все ще можна і потрібно використовувати для кращого засвоєння математики. Вивчення місця та ролі дисципліни «історії математики» є перспективою подальших досліджень, оскільки математика розвивається і тим самим створює свою історію.

Bevezetés

A tudomány fejlődésének jelenlegi szakaszában a különféle könnyen hozzáférhető információk mennyisége növekszik, ugyanakkor elvész a törekvés, hogy minden elemi tudományágat részletesen és elmélyülten tanulmányozzanak, különösen kialakulásának és fejlődésének történetét. A tudósok azt állítják, hogy az alapfogalmak keletkezésének történetének főbb tényeinek ismerete, a fejlődés fő történelmi ösztönzői, a kiemelkedő matematikusokról szóló életrajzi információk, a matematikai problémák helyzetének ismerete hatással van a hallgatók és tanulók hozzáállására oktatási tevékenységük motivációjára.

Besov szerint L.M. (2004) a felsőoktatás korszerűsíti a leendő szakemberek oktatási folyamatát a tudásszintetizáló igényét, a tudomány és a kultúra egysége irányába. A tudomány és a technika története formálja a gondolkodást, tükrözi nem csak azok tényleges fejlődését, hanem azt is, hogy hogyan befolyásolják a társadalmi szükségletek kielégítését, hogyan találják meg az érdekeket, őriznek értékeket az utókor számára, és őrzik meg az emberek közötti kapcsolatokat.

A kialakult tantárgyi kompetenciák és a funkcionális műveltség hiánya között szakadék tátong, ez a matematikaoktatás egyik fő problémája. Kiderült, hogy a diákok nem tudják, hogyan alkalmazzák a matematikai ismereteket a valós élethelyzetekben. A szerző szerint a matematikatörténet felhasználásával az oktatási folyamat úgy valósítható meg, hogy az egyes matematikai diszciplínák tartalmában szereplő tudományos elképzelések, fogalmak, törvényszerűségek áthatolása feltáruljon, hogy a tanulók megértsék a matematika összetett szerkezetét.

Más tudományokhoz hasonlóan a matematika is kollektív tudomány: minden olyan matematikai eredmény, amelyet valaha is helyesen bizonyítottak, a matematika része marad, és nem mond ellent az új ismereteknek. Így a matematika története különösen fontos a tárgy tartalmának megértéséhez. A matematika-tanulási motiváció kialakítása a pedagógiai elmélet és gyakorlat

fontos problémája ez sokféle módon, különböző technikákkal és módszerekkel megoldható, de az egyik leghatékonyabb a historizmus elemeinek felhasználása. A matematika történetének szerepe az emberi kultúra és a tudomány történetében óriási, fontos megjegyezni, hogy a matematikai tudomány a filozófia szerves része, amely a világ megismerésének eszközeként szolgált. A „matematika története” diszciplína az emberiség kulturális örökségének része, az integrált tudománytörténetben szerves egység a különböző tudománytörténetek között, a matematika tudománya fejlődésének főbb állomásait tanulmányozza történeti szemszögből, a matematikai elméletek kialakulásának törvényszerűségei, a matematika kiemelkedő alakjainak életrajzai; hozzájárul a tudományos világkép kialakításához, az intelligencia, a megfelelő matematikai kultúra fejlesztéséhez és a szükséges általános műveltségi szint eléréséhez, megtanítja az ok-okozati összefüggéseket helyesen megállapítani, általános műveltséget alakít ki a tanulóknál. A „matematika története” tantárgy szerves része a leendő matematikatanárok pedagógiai tevékenységre való felkészítésének.

A matematikaoktatás ma jóval elterjedtebb, mint fél évszázaddal ezelőtt, folyamatosan új megközelítések, módszertani nézetek jelennek meg, de a matematikatörténeti elemeket ma is fel lehet és kell használni a matematika jobb tanítása és tanulása érdekében. A „matematika története” diszciplína helyének és szerepének vizsgálata további kutatásokat igényel, hiszen a matematika fejlődik, és ezáltal megalkotja saját történetét.

Introduction

At the current stage of the development of science, the volume of various easily accessible information increases, at the same time, the desire to study in detail and in depth any elementary discipline, especially the history of its formation and development, is lost. The relevance of this problem determined the choice of the topic of the article. Scientists claim that knowledge of the main facts of the history of the origin of basic concepts, the main historical incentives for development, biographical information about outstanding mathematicians, knowledge of the state of mathematics problems has an impact on the attitude of students and pupils to the subject, on the motivation of their educational activities.

According to Bessov, (2004), the higher school modernizes the educational process of future specialists in the direction of the need for them to synthesize knowledge, the unity of science and culture. The history of science and technology shapes thinking, reflects not only their actual development, but also how they influence the satisfaction of social needs, meet interests and preserve values for posterity, relationships between people. There is a gap between the formed subject competences and the lack of functional literacy and this is one of the main problems of mathematics education. It turned out that students do not know how to apply mathematical knowledge in real life situations. According to the author, by using the history of mathematics, it is possible to implement the educational process in such a way as to reveal the interpenetration of scientific ideas, concepts, and laws, included in the content of each mathematical discipline, so that students understand the complex structure of mathematics. Like no other science, mathematics is a collective science: every mathematical result that has ever been correctly proven remains part of mathematics and does not contradict new knowledge. Thus, the history of mathematics is of particular importance for understanding its content. Formation of motivation to study mathematics is an important problem of pedagogical

theory and practice. It can be solved in various ways, techniques, methods, but one of the most effective is the use of elements of historicism.

The role of the history of mathematics in human culture and the history of science is huge, it should be noted, that mathematical science is a constituent part of philosophy, which served as a means of learning about the world. The discipline "history of mathematics" is a part of the cultural heritage of mankind, an integral unit among the history of various sciences in the integral history of science, it studies the main stages of the development of mathematical science in its historical section, the regularities of the formation of mathematical theories, biographies of prominent figures of mathematics; contributes to the development of a scientific worldview, the development of intelligence, appropriate mathematical culture and the achievement of the necessary general cultural level, teaches to correctly establish cause-and-effect relationships, forms general erudition in students and is an integral component of the process of forming the readiness of future mathematics teachers for pedagogical activities. Mathematical education today is much more widespread than half a century ago, new approaches and methodological views are constantly emerging, but elements of the history of mathematics can and should still be used for better learning of mathematics. Examining the place and role of the discipline "history of mathematics" is a prospect for further research, as mathematics develops and thereby creates its own history.

A tantárgy célja és feladata

A kurzus célja:

Ismerje és ismertesse a matematika mint tudomány kialakulásának, fejlődésének és átalakulásának történelmi és filozófiai vonatkozásait, valamint a matematika iskolai tanításának folyamatában felmerülő módszertani kérdések helyes megoldásához szükséges történeti és matematikai ismereteket.

A kurzus feladata:

- reprodukálni a matematika történeti fejlődésének, tényleges tartalmának gazdagságát; lefedni a matematikai módszerek, fogalmak, ötletek, elméletek és az egyes matematikai tudományágak megjelenésének történetét;
- megismerni a matematika fejlődésének jellegét és jellemzőit a különböző történelmi korszakokban;
- bemutatni a múlt nagy tudósait, köztük a hazai tudósok hozzájárulását a matematikához;
- bemutatni a matematika sokoldalú kapcsolatát az emberek gyakorlati szükségleteivel és tevékenységeivel, más tudományok fejlődésével, valamint a társadalom gazdasági, társadalmi és ideológiai állapotának a matematika fejlődésének jellegére gyakorolt hatását.

A kurzus során a hallgató által elsajátítandó kompetenciák:

Integrált kompetencia

Képesség az oktatás területén jelentkező összetett feladatok vagy problémák megoldására, amely innovációk megvalósítását és/vagy pedagógiai kutatások végzését igényli, és amelyet a feltételek bizonytalansága jellemez; képesség iskolai és az iskolai szintet meghaladó feladatok megoldására, valamint a matematika, az informatika és a legújabb információs technológiák korszerű tendenciáinak megértésére. Képes a matematika és az információs technológiák korszerű eredményeit az általános középfokú oktatási intézményekben folyó oktatás során alkalmazni, a megfelelő elméletekre és módszerekre támaszkodva, figyelembe véve a pedagógiai feltételek összetettségét és változatosságát.

Általános kompetenciák

- A szakmai tevékenység területén felmerülő problémák felismerésére és megoldására, valamint kritikus és önkritikus gondolkodásra való képesség.
- Képesség saját jogainak és kötelezettségeinek a társadalom tagjaként történő gyakorlására; a polgári (szabad demokratikus) társadalom értékének, valamint annak fenntartható fejlődése, a jogállamiság, az emberi és állampolgári jogok és szabadságok szükségességének tudatosítása Ukrajnában; képesség a társadalom életében, a helyi önkormányzati szervek tevékenységében és a különböző szintű irányításban való részvételre, beleértve az önkéntes tevékenységet is.
- Az államnyelven szóban és írásban történő kommunikációra, valamint az oktatásban részt vevők államnyelven történő oktatásának biztosítására való képesség.

Szakmai kompetenciák

- A szaktárgyi területre és a szakmai tevékenységre vonatkozó ismeretek és azok megértésének elmélyítésére való képesség.
- A tanulók önfejlesztésre irányuló motivációjának hatékony ösztönzésére, a fejlődés és a pozitív, megalapozott önértékelés kialakítása felé történő irányításukra, valamint az oktatásban részt vevők motivációjának kialakítására és kognitív tevékenységük megszervezésére való képesség.
- A tanulóknál az akadémiai integritás kultúrájának kialakítására, valamint annak alapelveinek saját szakmai tevékenységében való betartására való képesség.
- Az információs térben való tájékozódásra, az információk keresésére és kritikai értékelésére, valamint azok szakmai tevékenységben való alkalmazására való képesség.
- Az emberek és rendszerek globális világban fennálló kölcsönös függőségének felismerésére és értékelésére való képesség.

A szaktárgyi specializáció kompetenciái (PK)

- A szakterület sajátos terminusainak matematikai nyelven történő kifejezésére való képesség.
- A szaktárgyi területre és a szakmai tevékenységre vonatkozó ismeretek és azok megértésének elmélyítésére való képesség.

Programtanulási eredmények

- Bemutatja a pszichológiai, pedagógiai, valamint az alap- és alkalmazott tudományok (a szaktárgyi specializációnak megfelelő) ismereteinek az oktatási tevékenység gyakorlati helyzeteiben történő alkalmazására való képességét, és elmélyíti a szaktárgyi területre vonatkozó ismereteit.
- Megfogalmazza az oktatási tevékenység területén fennálló problémákat, bemutatja azok kritikai elemzésének készségét, új ötleteket generál, megindokolja a problémák lehetséges megoldási módjait, és kritikusan értékeli azok megvalósíthatóságát.

Megnevezi és elemzi a tanulók önfejlesztésre való motiválásának módszereit; bemutatja a megfelelően pozitív önértékelés és identitás kialakítását célzó gyakorlati megvalósítási terv kidolgozásának képességét.

Мета, завдання, компетентності та очікувані програмні результати навчання навчальної дисципліни

Мета / Cél: Мета курсу – висвітлити історичні та філософські аспекти формування, розвитку та трансформації математики як науки, а також історико-математичні знання, необхідні для правильного розв’язування методологічних і методичних питань, що виникають у процесі навчання математики в школі.

- Завдання / Feladatok: відтворити багатство фактичного змісту історичного розвитку математики, висвітлити історію виникнення математичних методів, понять, ідей, теорій та окремих математичних дисциплін;

- з’ясувати характер і особливості розвитку математики у різні періоди і в певні історичні періоди;

- показати внесок, зроблений в математику великими вченими минулого, зокрема і вітчизняними вченими;

продемонструвати магістрантам багатогранні зв’язки математики з практичними потребами і діяльністю людей, з розвитком інших наук, а також вплив економічної, соціального та ідеологічного стану суспільства на характер розвитку математики;

- показати, як формувалися історичні та логічні зв’язки між окремими розділами математики, розкрити історичну обумовленість логічної структури сучасної математики та діалектику її розвитку, висвітлити співвідношення частин математики та її перспективи;

- сформувати сучасний погляд на математику як на складову загальнолюдської культури;

- озброїти магістрантів важливішими знаннями з методології математики;
- розкрити психолого-методичні питання взаємозв'язку історії науки та практики шкільного навчання;
- показати місце, значення і можливості історичного матеріалу в курсі математики сучасної школи різних профілів;

сформувати уміння та навички застосовувати історико-математичні знання до проведення наукових досліджень, виділяти та аналізувати історичні аспекти досліджуваної проблеми, визначати та опрацьовувати відповідну біографію.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен знати: основні аспекти історії та філософії математики як фундаменту математичної освіти майбутнього магістра: етапи розвитку математичної науки, базові закономірності взаємодії математики з іншими науками та мистецтвом; історію формування та розвитку термінів, понять по позначень; особливості сучасного стану математичної науки, місце шкільного курсу математики в цілісної системі математичного знання.

вміти: критично та конструктивно аналізувати, оцінювати математичні ідеї, концепції; застосовувати отримані історичні відомості в практичній педагогічній діяльності, зокрема класичні положення історії розвитку математичної науки; хронологію основних подій історії математики та її зв'язки з історією світової культури; логіку розвитку математичних методів і ідей; технологію застосування елементів історії математики задля підвищення якості освітнього процесу.

Загальні компетентності

- Здатність розв'язувати складні задачі або проблеми в галузі освіти, що передбачає здійснення інновацій та/або проведення педагогічних досліджень і характеризується невизначеністю умов, розв'язувати задачі шкільного та вище шкільного рівня, розуміти сучасні

тенденції математики, інформатики та новітніх інформаційних технологій. Уміти використовувати сучасні досягнення математики та інформаційних технологій у процесі навчання в закладах загальної середньої освіти, спираючись на відповідні теорії й методи, з урахуванням складності й варіативності педагогічних умов. Загальні компетентності (ЗК)

- Здатність виявляти та вирішувати проблеми у сфері професійної діяльності, бути критичним і самокритичним.
- Здатність реалізувати свої права і обов'язки як члена суспільства; усвідомлення цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідності його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, здатності брати участь у житті суспільства, органів місцевого самоврядування та в управлінні на різних рівнях, зокрема у волонтерській діяльності.
- Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово та забезпечувати здобувачам освіти навчання державною мовою.
- Здатність до поглиблення знань і розуміння предметної області та професійної діяльності.
- Здатність використовувати ефективні шляхи мотивації учнів до саморозвитку, спрямовувати їх на прогрес і формувати у них обґрунтовану позитивну самооцінку, формувати мотивацію здобувачів освіти й організовувати їхню пізнавальну діяльність.
- . Здатність формувати в учнів культуру академічної доброчесності та дотримуватися її принципів у власній професійній діяльності.
- Здатність орієнтуватися в інформаційному просторі, здійснювати пошук і критично оцінювати інформацію, оперувати нею в професійній діяльності
- Здатність усвідомлювати й поцінювати взаємозалежність людей і систем у глобальному світі

Програмні результати навчання

- Демонструє вміння застосовувати знання з психології, педагогіки, фундаментальних і прикладних наук (відповідно до предметної спеціальності) у практичних ситуаціях здійснення освітньої діяльності, поглиблює знання з предметної області.
- Формулює наявні проблеми у сфері освітньої діяльності, демонструє навички їх критичного аналізу, генерує нові ідеї, аргументує можливі шляхи їх вирішення та критично оцінює їх спроможність.
- Називає і аналізує шляхи мотивації учнів до саморозвитку, демонструє вміння розробляти план практичної реалізації для формування адекватної позитивної самооцінки й ідентичності.

A kurzus tematikája

Az elsődleges matematikai fogalmak és módszerek megjelenése

Téma 1. Matematika az ókori Kelet országaiban

Téma 2. Matematikai elméletek az ókori Görögországból

Téma 3. Pitagorasz matematika

Téma 4. Archimédész Eukleidészig

Matematika az alexandriai korszaktól a reneszánszig

Téma 1. Eukleidésztől Archimédészig

Téma 2. Eratosthenésztől Pergai Apollónioszig

Téma 3. Az ókor matematikája

Téma 4. A keleti népek matematikája az ókori társadalom hanyatlása után

Téma 5. Az európai középkor és a reneszánsz matematikája

Matematika: 17-21 század

Téma 1. Matematikai módszerek fejlődése a 17. század első felében

Téma 2. Descartes "egyetemes matematika"

Téma 3. Differenciál- és integrálszámítás létrehozása

Téma 4. A 18. század matematikája

Téma 5. A 19. század matematikája. Derivált alkalmazása a függvényelemzésben

Téma 6. Matematika a 19. és 20., 20. és 21. század fordulóján

Matematika: sajátosságok, helye a tudomány történetében

Téma 1. A matematika filozófiájának tantárgyi területe

Téma 2. A matematikai ismeretek sajátosságai

Téma 3. Matematikai valóság

Téma 4. Matematika a tudományok rendszerében

A matematikai bizonyítások filozófiája

Téma 1. A matematikai bizonyítások problémja, logika

Téma 2. Az intuicionizmus programja és annak konstruktív ága

Téma 3. A matematikai bizonyítás formalitása

Téma 4. A bizonyítási problémák jelenlegi állása

Тематика курсу

Виникнення первинних математичних понять і методі

Тема 1. Математика в країнах Стародавнього Сходу

Тема 2. Математичні теорії Стародавньої Греції

Тема 3. Піфагорійська математика

Тема 4. Від Архіта до Евкліда

Математика від александрійської епохи до епохи Відродження

Тема 1. Від Евкліда до Архімеда

Тема 2. Від Ератосфена до Аполлонія Пергського

Тема 3. Математика античності

Тема 4. Математика народів Сходу після занепаду античного суспільства

Тема 5. Математика європейського середньовіччя та епохи Відродження

Тема 1. Розвиток математичних методів у першій половині 17 століття

Тема 2. "Універсальна математика" Декарта

Тема 3. Створення диференціального та інтегрального числення

Тема 4. Математика 18 століття

Тема 5. Математика 19 століття. Застосування похідної для функції

Тема 6. Математика на рубежі 19 і 20, 20 і 21 століть

Математика: специфіка, місце в історії науки

Тема 1. Предметна область філософії математики

Тема 2. Специфіка математичного знання

Тема 3. Математична реальність

Тема 4. Математика в системі наук

Філософські обґрунтування математики

Тема 1. Проблеми обґрунтування математики, логіцизм

Тема 2. Програма інтуїціонізму та його конструктивна гілка

Тема 3. Формалістське обґрунтування математики.

Тема 4. Сучасний стан проблеми обґрунтування

Ellenőrző kérdések listája

Az elsődleges matematikai fogalmak és módszerek megjelenése

Ellenőrző kérdések:

1. A matematika és módszerek történetének és módszertanának tárgya, a matematikatörténet szerepe a matematikatanárok képzési rendszerében.
2. A matematikatörténet tárgya.
3. A matematika fejlődésének fő időszakai.
4. Az első matematikai fogalmak és módszerek eredete. Módszerek a matematika őstörténetének tanulmányozására.
5. Az ókori Egyiptom matematikusai.
6. Az ókori Babilon matematikája.
7. A legkorábbi ókori matematikai szövegek
8. A mennyiség megjelenése
9. A számábrázolás és számolás megjelenése
10. Tárgyi leletek a kőkorszakból

Matematika az alexandriai korszaktól a reneszánszig

Ellenőrző kérdések:

1. Archimedes és módszerei.
2. Apollonius és "Kúpos szakaszai".
3. Az alexandriai iskola a Római Birodalom korában. Claudius Ptolemaiosz és trigonometriája.
4. Diophantus algebra. Diofantikus egyenletek.
5. Matematika az iszlám országaiban. Al Khorezmi élete és munkássága.
6. Al-Beruni a középkor enciklopédistája.
7. O. Khayyam élete és munkássága.
8. L. Pizansky és művei.

9. 3 és 4 fokú egyenletek megoldása . N. Tartaglia és D. Cardano.
10. L. Pacioli élete és munkássága.

Matematika: 17-21 század

Ellenőrző kérdések:

1. A XVI-XVII. Század tudományos forradalma. N. Kopernikusz és G. Galilea művei.
2. Kepler és módszerei a végtelen kis mennyiségekkel való műveletek.
3. A szimbolikus algebra megjelenése F. Viet műveiben.
4. A logaritmusok felfedezése.
5. G. Descartes és "Geometriája".
6. Differenciál- és integrálszámítás Newton műveiben.
7. GV Leibniz - a differenciál- és integrálszámítás egyik alapítója.
9. Euler a 18. századi matematika központi alakja.
10. A nem euklideszi geometriája, Lobacsevszkij.
11. G. Abel és E. Galois. Az algebra fejlődése a XIX.
12. D. Hilbert megoldatlan matematikai problémái
13. Algebra és számelmélet a XX. Században (Noether, Warden, Ramanuzhdan, Wiles)
14. A matematikai elemzés és a matematikai fizika fejlődése a XX.
15. Geometria és topológia a XX. (B. Mandelbrot, G. Minkovsky))
16. Diszkrét és számítógépes matematika.

Matematika: sajátosságok, helye a tudomány történetében

Ellenőrző kérdések:

1. A matematika filozófiájának tantárgyi területe
2. A matematikai ismeretek sajátosságai
3. Matematikai valóság
4. Matematika a tudományok rendszerében

A matematikai bizonyítások filozófiája

Ellenőrző kérdések:

1. A matematikai bizonyítások problémája, logika
2. Mi teszi a logika következtetési szabályait „helyessé”?
3. Az intuicionizmus programja és annak konstruktív ága
4. A matematikai elméletek mint formálisrendszerek
5. A matematikai bizonyítás formalitása
6. A bizonyítási problémák jelenlegi állása

Перелік питань до самоконтролю

Виникнення первинних математичних понять і методів

Питання для перевірки:

1. Предмет історії та методики математики та методики, роль історії математики в системі підготовки вчителів математики.
2. Предмет історії математики.
3. Основні періоди в розвитку математики.
4. Виникнення перших математичних понять і методів. Методика вивчення передісторії математики.
5. Математики Стародавнього Єгипту.
6. Математика Стародавнього Вавилону.
7. Найдавніші математичні тексти
8. Поняття кількості
9. Зовнішній вигляд представлення чисел і підрахунку
10. Предмети кам'яного віку

Математика від Александрійського періоду до епохи Відродження

Питання для перевірки:

1. Архімед і його методи.
2. Аполлоній і «Конічні розрізи».
3. Олександрійська школа в епоху Римської імперії. Клавдій Птолемей і його тригонометрія.
4. Алгебра Діофанта. Діофантові рівняння.
5. Математика в ісламських країнах. Життя і творчість Аль Хорезмі.
6. Аль-Беруні — енциклопедист середньовіччя.
7. Життя і творчість О. Хайяма.
8. Леонардо Пізанський та його роботи.
9. Розв'язки рівняння 3 і 4 ступеня. Н. Тарталья та Д. Кардано.
10. Життя і творчість Лука Пачолі.

Математика: 17-21 ст

Питання для перевірки:

1. Наукова революція століття XVI-XVII. Творчість Н. Коперника та Г. Галілея.
2. Кеплер та його методи для дій з нескінченно малими величинами.
3. Виникнення символічної алгебри у працях Ф. Вієта.
4. Відкриття логарифмів.
5. Г. Декарт і «Геометрія».
6. Диференціальне та інтегральне числення в роботах Ньютона.
7. Г. В. Лейбніц - один із засновників диференціального та інтегрального числення.
9. Ейлер — центральна фігура в математиці 18 століття.
10. Неевклідова Геометрія, Лобачевський.
11. Г. Абель і Е. Галуа. Розвиток алгебри в 19 ст.
12. Нерозв'язані математичні задачі Д. Гільберта
13. Алгебра і теорія чисел у XX. Століття (Ноєтер, Варден, Рамануждан, Вайлс)
14. Розвиток математичного аналізу та математичної фізики в XX ст.
15. Геометрія і топологія в XX. (Б. Мандельброт, Г. Мінковський)
16. Дискретна та комп'ютерна математика.

Математика: особливості, місце в історії науки

Питання для перевірки:

1. Предметна область філософії математики
2. Особливості математичних знань
3. Математична реальність
4. Математика в системі наук

Філософські обґрунтування математики

Питання для перевірки:

1. Проблема математичних доказів, логіка
2. Що робить логічні правила висновку «правильними»?
3. Програма інтуїтивізму та його конструктивна гілка
4. Математичні теорії як формальні системи
5. Формалістське обґрунтування математики.
6. Сучасний стан проблеми і обґрунтування.

Részletes témalista

A matematika történetének és módszertanának tárgya, valamint az abban alkalmazott módszerek. A matematika fejlődésének általános nézete az ókortól a XX. Század közepéig. Periodizálás A.N. Kolmogorov. A matematikai tudás eredete. A számok és alakok kezdeti megértése. Számrendszerek. Az ókori Egyiptom. Források. Aritmetikai és geometriai ismeretek.

Ósi Babilon. Források. Aritmetikai és numerikus "algebra". A babiloni matematika algoritmikus jellege. Geometriai ismeretek. Püthagorasz tétel. Panoráma a matematika fejlődéséről az ókori Görögországban. Források. Főszereplők. A matematika, mint elméleti tudomány születése. Pitagoraiak. Összehasonlíthatatlanság felfedezése. Geometriai algebra. Az ókor híres feladatai a kocka megduplázása, a szög felosztása, a kör négyzetesítése. Zénó aporiái a végtelenség és a mozgás paradoxonai. Panoráma a matematika fejlődéséről a hellenizmus korában. A matematika axiomatikus felépítése Euklidész elemeiben. A kezdetek tartalma. Eudoxus kapcsolati elmélete. Összehasonlítva Dedekind szakaszok elméletével. Az ókor végtelen kis módszerei. Az oszthatatlanok módszere. Az Eudoxus kimerítési módszer. Archimedes életrajza. Archimedes integrált összegek módszere. Archimedes differenciális módszerei. Apollonius "Kúpos szakaszai". A parabola tünet levezetése Menechma és Apollonius esetében. Az új korszak első századainak matematikája. Heron és Ptolemaiosz. Alexandriai Diophantus és "számтана". Az ismeretlen ábécé szimbolikájának bevezetése és annak fokai. Az algebrai egyenletek első rekordja. Diophantus módszerei. Az arab keleti matematika. Al-Khorezmi és értekezése indiai számlán. Az algebra szétválasztása független tudománygá. A trigonometria születése.

A matematika Európában a középkorban és a reneszánszban. Pisansky Leonardo és Abakusz könyve. Az algebrai egyenletek megoldásának problémája: a szám fogalmának bővítése, a szimbolika javítása, a 3. és 4. fokú egyenletek megoldása. Raphael Bombelli "algebra" és a komplex számok

bevezetése. François Viet és az ábécé -számítás létrehozása. Az algebrai egyenletek általános elméletének kezdete. A matematika és a tudományostechológiai forradalom a XVI-XVII. A tudományszervezés új formái - tudományos társaságok, akadémiák, folyóiratok. A számítástechnikai eszközök fejlesztése - a logaritmusok felfedezése. Az analitikus geometria születése P. Fermat és R. Descartes műveiben. I. Newton életrajza. G. V. Leibniz életrajza. Leibnizi számítás.

A matematikai analízis fejlődése a 18. században. L. Euler életrajza. Euler matematikai trilógiája. A függvények Euler -osztályozás. A függvény fogalmának kidolgozása és a húr rezgéséről szóló vita, valamint a megoldás (klasszikus és általánosított) koncepciójának részleges differenciálegyenletre való fejlesztése a 18. században és a 20. század elején. 20. századi algebra. Gyökökben az egyenletek megoldásának problémája. A gyökérpermutációs csoport figyelembevétele J.L. Lagrange. Az 5. fokú egyenletek megoldhatatlansága a gyökökben P. Ruffini és N.G. Ábel.

A matematikai élet szervezése. Vezető matematikai iskolák. Matematikai folyóiratok és társaságok. A differenciálegyenletek elmélete a XVIII-XIX. A variációk számításának fejlesztése. A matematikai elemzés reformja. A valós szám elméletének felépítése. A halmazelmélet születése. Paradoxonok felfedezése. Századi matematika. Egy komplex változó függvényelmélete. A 18. század öröksége Egy komplex szám értelmezése. O. Cauchy elmélete. B. Riemann geometriai iránya. K. Weierstrass analitikus függvények elmélete. A nem euklideszi geometria létrehozásának háttere. életrajza N.I. Lobacsevszkij. Lobacsevszkij geometriájának alapelvei. Első értelmezések. Geometria transzformáció. Riemann -i geometriák. A geometriai elméletek osztályozása - "Erlangen -program" F. Klein. Az algebra fejlődése. Gauss, Abel és Galois algebrai egyenleteinek megoldásának elvei. K.F. életrajza Gauss. "Aritmetikai vizsgálatai" és a kör osztási egyenletének megoldása. Az Abel-díj. Galois elmélet megalkotása. A csoport és a terület fogalmainak bemutatása. Cayley

definíciója az absztrakt csoportról. Lineáris algebra - kvaterniók és vektorok - fejlesztése.

A Szentpétervári Tudományos Akadémia és a Moszkvai Egyetem alapítása. M.V. Ostrogradszkij. V.Ya. Bunyakovsky. P.L. Csebev. A Moszkvai Matematikai Társaság megalapítása. A matematikai élet megszervezése az országban az első világháború előestéjén. Matematikai központok és publikációk. A XX. Század matematikája. D. Gilbert. A. Poincaré. N. Bourbaki.

Детальний перелік тематик

Предмет історії та методології математики та використовувані в ній методи. Загальний погляд на розвиток математики від античності до ХХ. Періодизація А.Н. Колмогорова. Походження математичних знань. Початкове розуміння чисел і фігур. Системи числення. Стародавній Єгипет. Джерела. Знання арифметики та геометрії.

Стародавній Вавилон. Арифметична та числова «алгебра». Алгоритмічна природа вавилонської математики. Геометричні знання. Теорема Піфагора. Розвиток математики в Стародавній Греції. Народження математики як теоретичної науки. піфагорійці. Відкриття непорівнянності. Алгебра геометрії. Відомі завдання давнини, поділити кут і вписати коло в квадрат. Апорії Зенона — це парадокси нескінченності й руху. Розвиток математики в епоху еллінізму. Аксиоматична структура математики в елементах Евкліда. Теорія взаємовідносин Евдокса. Порівняно з теорією перерізів Дедекінда. Нескінченні маленькі методи в античності. Метод неподільності Евдокса. Біографія Архімеда. Метод інтегральних сум Архімеда. Диференціальні методи Архімеда. Роботи Аполлонія.

Математика перших століть нової ери. Чапля і Птолемей. Діофант Олександрійський і «арифметика». Ознайомлення із символікою невідомого алфавіту та його ступенями. Перший запис алгебраїчних рівнянь. Методи Діофанта. Арабська східна математика. Аль-Хорезмі та його дисертація про індійський рахунок. Виокремлення алгебри в самостійну науку. Народження тригонометрії. Математика в Європі в середні віки та епоху Відродження. Задача розв'язування алгебраїчних рівнянь: розширення поняття числа, удосконалення символіки, розв'язування рівнянь 3-го і 4-го ступенів. Вступ Рафаеля Бомбеллі до «алгебри» та комплексних чисел. Франсуа Вієт і створення розрахунку алфавіту. Початок загальної теорії алгебраїчних рівнянь.

Математична і науково-технічна революція 16-17 ст. Нові форми наукової організації - наукові товариства, академії, журнали. Розробка комп'ютерних засобів – відкриття логарифмів. Народження аналітичної геометрії в працях П. Ферма і Р. Декарта. Біографія І. Ньютона. Біографія Г. В. Лейбніца. Розрахунок Лейбніца. Розвиток математичного аналізу у 18 ст. Біографія Л. Ейлера. Математична трилогія Ейлера. Класифікація функцій Ейлера. Розробка концепції функції та обговорення коливання струни та розвиток концепції розв'язку (класичного та узагальненого) диференціального рівняння в похідних похідних у 18 на початку 20 ст. Алгебра 20 століття. Задача розв'язування рівнянь у коренях. Розгляд групи проникнення коренів Ж.Л. Лагранжа. Нерозв'язність рівнянь 5-го ступеня в коренях П. Руффіні та Н.Г. Авель.

Організація математичного життя. Провідні математичні школи. Математичні журнали та компанії. Теорія диференціальних рівнянь у XVIII-XIX. Удосконалення обчислення варіацій. Реформа математичного аналізу. Структура теорії дійсних чисел. Народження теорії множин. Виявлення парадоксів.. Теорія функцій комплексної змінної.

Спадщина 18-го століття, що тлумачить комплексне число. Теорія О. Коші. Геометричний напрям Б. Рімана. Теорія аналітичних функцій К. Вейерштрасса. Передумови створення неевклідової геометрії. біографія Н.І. Лобачевського. Принципи геометрії Лобачевського. Перші інтерпретації. Перетворення геометрії. Геометрії Рімана. Класифікація геометричних теорій – «Ерлангенська програма» Ф. Клейна. Розвиток алгебри. Принципи розв'язування алгебраїчних рівнянь Гауса, Абеля та Галуа. К.Ф. біографія Гауса. «Арифметичні дослідження» та розв'язування рівняння поділу кола. Премія Абеля. Створення теорії Галуа. Ознайомлення з поняттями групи та області. Визначення абстрактної групи Кейлі. Розвиток лінійної алгебри – кватерніони та вектори. Заснування Петербурзької академії наук і Московського університету. М.В. Остроградського. В.Я. Буняковський. Е.Г. Чебев. Створення.

Організація математичного життя в країні напередодні Першої світової війни. Математичні центри та видання XX. Математика століття. Д. Гілберт. А. Пуанкаре. Н. Бурбакі.

A Matematikatörténet rövid leírása

A matematika, mint a világ mennyiségi viszonyainak és térbeli formáinak tudománya, fontos szerepet játszik a természettudományokban, a mérnöki tudományokban és újabban a bölcsészettudományokban is. A matematika számos tudományág számára nemcsak a mennyiségi számítások eszközévé vált, hanem a precíz kutatás módszerévé és a fogalmak és problémák rendkívül világos megfogalmazásának eszközévé is. A modern matematika nélkül a tudomány és az emberi tevékenység előrehaladása lehetetlen.

A matematika nem egy meghatározott helyen jött létre és formálódott tudománnyá, hanem különböző, gyakran egymástól igen távoli területeken, amelyek között feltehetően akkor még nem volt semmiféle kapcsolat. A számolást segítő eszközök története is tulajdonképpen egyidős az emberiség történetével. Az ősember számoláshoz az ujjait használta, ennek latin neve digitus (valószínűleg innen származik a digit elnevezés is, mely angolul számjegyet jelent). Később a számoláshoz köveket, fonalakat és egyéb eszközöket használtak, és az eredményt a sziklafalba, csontba, falapokba vagy agyagtáblákba vésve rögzítették. A nagyobb számértékek megjelenésével kialakultak a számrendszerek, vagyis az átváltásos rendszerű számábrázolás.

A Tigris és az Eufrátesz vidékén, Mezopotámiában találták az első olyan településeket, amelyek népi jellegét már biztosan meg tudjuk állapítani. Mezopotámia déli részén Kr. e. 3200 körül a sumérok telepedtek meg, akik a rendkívül jó minőségű, termékeny talajon virágzó gazdasági életet és élénk kereskedelmet folytató városokat hoztak létre. Ennek a körülbelül másfél évszázadig fennálló birodalomnak a bukása után az akkádokkal rokon amoriták alapították meg a hatalmas Óbabiloni Birodalmat és annak Eufrátesz partján fekvő fővárosát, Babilont. A XX. század ásatásai és régészeti munkái során rengeteg sumér és babiloni ékírásos agyagtábla került elő, és ezek tábla között körülbelül 250 olyan van, amely matematikai tartalmú. Az ásatások során előkerült legősibb (körülbelül Kr. e. 2100-ból) táblák híven tanúsítják azt, hogy

az itt élő népek igen ügyesen tudtak számolni, és rendkívül fejlett matematikai ismeretekkel rendelkeztek. Tízes számrendszeren alapuló hatvanas számrendszerrel dolgoztak, amely két alapvető jelre épült: az ék,(értéke 1) és a kapocs,(értéke 10) jelére, s e jelek ismétlésével írták le az 1-59-ig terjedő számokat. A nullát azonban még nem ismerték. Ugyanaz az ék nemcsak az egyet jelölhette, hanem bármelyik alakú alakú számot.

Az ókori Egyiptom matematikájáról leginkább két nagy matematikai jellegű papirusztekercs és több kisebb töredék alapján alkothatunk képet. A két nagy tekercs, a Rhind- és a Goleniscsev- tekercs (mindkét iratot megtalálójáról nevezték el) jelenleg Londonban és Moszkvában található. A Rhind-papiruszon 84 gyakorlati feladat található, amelyeket a tekercs írója a törtekkel végzett műveletek segítségével old meg. A tekercsen téglalap-, háromszög-, trapéz- és körterület-kiszámítási módszerek is találhatók. A papiruszon paralelepipedon- és hengertérfogatok, továbbá piramisok méretei is meg vannak határozva. Itt szerepelnek ezenkívül arányos osztásra vezető feladatok is, az egyik feladat megoldásában pedig mértani sorozatok összegzését láthatjuk. Az egyiptomi élet legfontosabb, mondhatni létfontosságú eseménye a Nílus évenkénti kiáradása. Az év első napja az áradás napja volt. Később észrevették, hogy ez a nap egybeesik a Sirius csillag ún. heliakus felkelésével, azaz az évnek azzal a napjával, amelynek hajnalán a Sirius először jelenik meg az égen közvetlenül napkelte előtt. Az új évet tehát a sokkal biztosabb Sirius-felkeléstől számították, hiszen a Nílus áradása nem volt napra pontos, a Sirius pedig igen. A Sirius két egymás utáni heliakus felkelése közti időtartamban, az évben 365 nap volt. Az évet három évszakra osztották: az áradás, a sarjadás és a forróság évszakokra. Az évben 12 hónap volt, 30-30 nappal. A többlet 5 napot ünnepnek nyilvánították. Az ősi hindu matematikának köszönheti az emberiség a tízes helyiértékrendszer megjelenését, amely arab matematikusok közvetítésével a Közel-Keleten át jutott Európába, majd végül az egész világon elterjedt.

A kínaiak ókori matematikai ismereteiről keveset tudunk. Az ókori kínai matematikához kapcsolódó dokumentumok a tízes számrendszerről, sajátos

hieroglifikus számírási módszerről, nagy számokkal való műveletekről, geometriával kapcsolatos problémákról (pl.: szögmérés, körző, vonalzó használata stb.) és különböző számolási segédeszközök használatáról (pl.: csomók, számoló-és húrtáblázatok) tanúskodnak. A legkorábbi matematikai témájú mű pedig, a „Matematika kilenc könyvben”, amelyet feltehetően Csang Can (Kr.e. 152 körül) kínai államférfi írt, és amely összefoglalja az akkori Kína matematikai ismereteit, időszámításunk kezdete körül jelent meg.

A görög számrendszer az ábécé betűinek használatán alapult. Függőleges vonalakat használták az egység jelölésére, a görög nevük kezdőbetűi voltak az 5, 10, 100, 1000 és 10 000 számok jelölésére. A görög matematika deduktív természete Platón és Arisztotelész idejében alakult ki teljesen. A deduktív matematika feltalálását milétoszi Thalésznek (i. e. 640-546 körül) tulajdonítják, aki a klasszikus korszak sok ókori görög matematikusához hasonlóan filozófus is volt. Thalesről azt feltételezték, hogy a dedukciót használta bizonyos eredmények bizonyítására a geometriában, bár ez kétséges.

Egy másik nagy görög, akinek nevéhez fűződik a matematika fejlődése, Püthagorasz (i. e. 585-500 körül). A feltételezések szerint hosszú utazásai során ismerkedhetett a babiloni és egyiptomi matematikával. Püthagorasz alapította a mozgalmat, amely a Kr.e. 550-300 körüli időszakban virágzott. A püthagoreusok megalkották a tiszta matematikát számelmélet és geometria formájában. Egész számokat ábrázoltak pontok vagy kavicsok alakjában, és ezeket a számokat a kapott számok alakja szerint osztályozták ("figurált számok"). A "számítás" szó a görög "kő" szóból származik. Számok 3, 6, 10 stb. a pitagoreusok háromszög alakúnak nevezték őket, mert a megfelelő számú kövek háromszög alakban is elrendezhetők, a számok 4, 9, 16 stb. - négyzet, mivel a megfelelő számú kő elhelyezhető egy négyzetben stb.



1. ábra. Püthagorasz

Bármely derékszögű háromszög leghosszabb oldalának (átfogójának) négyzete megegyezik a másik két oldal (a befogók) négyzetösszegével. Tehát: ha egy háromszög derékszögű, akkor a leghosszabb oldalára emelt négyzet területe a másik két oldalra emelt négyzetek területének összegével egyenlő

Kr.e. 300 körül sok görög matematikus eredményeit Eukleidész gyűjtötte össze, aki megírta a Kezdet matematikai remekét. A néhány éleslátással kiválasztott axiómából Eukleidész mintegy 500 tételt vezetett le, amelyek lefedik a klasszikus korszak összes legfontosabb eredményét.

Apollonius (i. e. 262-200 körül) az alexandriai korszakban élt, de fő műve a klasszikus hagyományok szellemében szól. A kúpos metszetek – körök, ellipszisek, parabolák és hiperbolák – elemzése a görög geometria fejlődésének csúcspontja volt. Apollonius lett a kvantitatív matematikai csillagászat megalapítója is.

Az alexandriai korszakban, amely Kr.e. 300 körül kezdődött, a görög matematika természete megváltozott. Az alexandriai matematika a klasszikus görög matematikának Babilónia és Egyiptom matematikájával való egyesüléséből jött létre. Általánosságban elmondható, hogy az alexandriai korszak matematikusai inkább a tisztán technikai problémák megoldására

hajlottak, mint a filozófiára. A nagy alexandriai matematikusok - Eratoszthenész, Arkhimédész, Hipparkhosz, Ptolemaiosz, Diofantosz.

Eratoszthenész (kb. i. e. 275-194) talált egy egyszerű módszert a Föld területének hosszának pontos kiszámítására, olyan naptárral is rendelkezik, amelyben minden negyedik évben egy nappal több van, mint másokban. Aristarchus csillagász (i. e. 310-230) esszét írt a Nap és a Hold méreteiről és távolságairól, amely az egyik első kísérletet tartalmazta e méretek és távolságok meghatározására; természeténél fogva Arisztarkhosz munkája geometrikus volt.

Az ókor legnagyobb matematikusa Arkhimédész volt (kb. ie 287-212). Az összetett alakzatok és testek területére és térfogatára vonatkozó számos tétel megfogalmazása birtokában van, amit elég szigorúan a kimerítés módszerével bizonyított. Archimedes mindig pontos megoldásokat keresett, és felső és alsó becsléseket talált az irracionális számokra. Archimédész bebizonyította több olyan tételt, amelyek a geometriai algebra új eredményeit tartalmazzák. Megfogalmazta azt a problémát, hogy egy gömböt síkkal vágjunk szét úgy, hogy a szakaszok térfogata adott arányban legyen. Arkhimédész ezt a problémát úgy oldotta meg, hogy megtalálta a parabola és egy egyenlő oldalú hiperbola metszéspontját. Arkhimédész volt az ókor legnagyobb fizikusa is. Geometriai módszereket alkalmazott a mechanika tételeinek bizonyítására. Az úszó testekről című munkája megalapozta a hidrosztatika alapjait. A legenda szerint Arkhimédész fedezte fel a nevét viselő törvényt.

A régészeti leletek azt mutatják, hogy az első számítások a Kr. e. 30. évezredben jelentek meg. Az első tudományos matematikai ismeretek az ókori keleti civilizációkban jelentek meg. Az ókori Egyiptomban egy decimális hieroglif számozási rendszert fejlesztettek ki. Az egyiptomiak ismerték a törtekkel végzett műveleteket, tudták, hogyan kell kiszámítani a téglalap, a háromszög és a trapéz területét. A kör területét megközelítőleg a képlet alapján számították ki.

$$S = \left(\frac{8}{9} d \right)^2.$$

Ez azt jelenti, hogy a π számot 3,1605-nek vették. Az a, b, c és d oldalú tetszőleges négyszög területét is kiszámították a következő képlettel:

$$S = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}.$$

Ez a képlet nagy hibát adhat, a négyszög típusától függően. Ha azonban egy téglalaphoz közeli négyszögek területének meghatározására használjuk, akkor elég kielégítő pontosságot ad. Az egyiptomi matematikusok azt is tudták, hogyan kell kiszámítani egy paralelepipedon, egy henger és egy gúla térfogatát, beleértve a csonkát is. Ismerték a számtani és geometriai progressziót is.

Így Egyiptomban a Kr. e. a matematika tudományának külön elemei állnak össze. Ugyanakkor a számítási technika primitív marad, és nincsenek egységes módszerek a problémák megoldására. Az ókori Babilon matematikája a Hexadecimális számrendszeren alapult, ami egy hatvanas bázisú helyzeti számrendszer, amelyből hiányzott a nulla szimbólum is, ami bizonyos kellemetlenségeket okozott. E rendszer alapján fogalmazták meg az aritmetikai műveletek szabályait, mind egész számokkal, mind törtekkel. Babilonban a számítás megkönnyítése érdekében léteztek szorzótáblák 1×1-től 60×60-ig, egész számok négyzetei és kockái, négyzetgyökök stb. Nagyon érdekes a babiloni négyzetgyök-számítási módszer, ez egy iteratív módszer.

Az a szám négyzetgyökének meghatározásához ki kell választani az x_0 kezdeti közelítést, és minden további közelítést a következő képlet szerint kell megszerkeszteni:

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right).$$

A módszer nagy pontosságú. Például, ha a 2-es számot veszi kezdeti közelítésnek a $\sqrt{2}$ kiszámításakor, akkor a negyedik iteráció 2 értéket ad, a negyedik iteráció pedig $\sqrt{2}=1,4142135623$, és az első 12 számjegy pontos lesz.

Jelenleg a babiloni módszert széles körben használják számológépekben és számológépekben. A babilóniaiak tudták, hogyan kell lineáris és másodfokú egyenleteket megoldani. Geometriai tudásuk is meghaladta az egyiptomiaét. A

mezopotámiai, valamint egyiptomi matematikában azonban nincsenek bizonyítékok, a gyakorlatot tekintik a megoldás helyességének kritériumának. Ugyanakkor a pontos és közelítő képletek nem különböztek, ha a közelítő megoldás megfelelt a gyakorlati követelményeknek. India és Kína ókori államainak matematikája hasonló vonásokkal rendelkezett. A gyakorlati ismeretek nagy arzenálja és a nehézkes számítások elvégzésének képessége mellett hiányzott a bizonyítási rendszer is.

A matematika mint tudomány az ókori Görögországban az ie 6. században jelent meg. a születőben lévő természettudományok – mechanika, csillagászat és fizika – hatása alatt. A gyakorlatias feladatok mellett megjelentek a matematikai tételek is. A milétoszi Thalész volt az első görög geometria, aki bizonyítási rendszert vezetett be a matematikába. Számos tételt bizonyított, köztük a következőket:

- A kört az átmérője felezi;
- Az egyenlő szárú háromszög alapján fekvő szögek egyenlőek.
- A szemben álló csúcshögek egyenlőek.
- Tétel a párhuzamos egyenesekről.

Arisztotelész hangsúlyozza a bizonyítás fontosságát a matematikában: "A bizonyítások nemcsak bizonyos tények érvényességét állapítják meg, hanem tisztázzák ezeknek a tényeknek a lényegét, és logikai összefüggéseket tárnak fel közöttük."

Püthagorasz iskolájában a számelméletet megkülönböztették a számtantól, és a zeneelmélet számos matematikai törvényszerűségét találták meg. A numerikus arányoknak titokzatos mágikus tulajdonságokat tulajdonítottak.

Elképzeléseiket megzavarta, hogy Hipposz görög pythagoreus filozófus és matematikus felfedezte egy négyzet és oldala átlójának összemérhetetlenségét. Ennek eredményeként megjelent az irracionális $\sqrt{2}$ logikus bizonyítéka. Ez vezetett az irracionális szám fogalmának bevezetéséhez és magának a „szám” fogalmának a kiterjesztéséhez.

A megoldás kifogástalan pontosságára való törekvés a másodfokú egyenletek megoldásának aritmetikai módszereinek elvetéséhez is vezetett, hiszen gyakran a gyök nem lehet sem páros, sem páratlan, irracionális. Ezért a görögök nehézkes geometriai módszereket alkalmaztak ezekhez az egyenletekhez.

Az ie IV. században A matematikusok arra törekednek, hogy a matematikai ismereteket rendszerezzék és logikai sorrendben mutassák be. A logika fejlődése motiválta őket. Sok szerző „Kezdeteknek” nevezte azokat a műveket, amelyekben a matematika első rendszerezett ismereteit tanították, ezek vagy elvesztek, vagy feledésbe merültek, és Eukleidész „Kezdetei” általános elismerést kapott. A geometria bemutatásának logikai szigora 20 évszázadon át felülmúlhatatlan maradt. Ez a munka sok tudós számára modellként szolgált az új tudományok létrehozásában, a matematikai elmélet deduktív felépítésében, és még mindig az összes iskolai geometriai kurzus alapja.

Démokritosz nézetei nagy hatással voltak az ókori görög matematikára. Démokritosz kidolgozta tanára, a filozófus Leukipposz atomelméletét, amely Démokritosz filozófiájának fő vívmánya. Leukipposzal együtt szokták említeni, mint az atomelmélet megalapítóját.

Démokritosz tanítása nem választható el tanítója, Leukipposz tanításától, így számos elméletről nem tudni, hogy az ő gondolkodását vagy a tanítójáét tükrözi-e.

Démokritosz azt állította, hogy a létező végtelen sokaságú parányi, és épp ezért az érzékszervek által fel nem fogható részecskékből, atomokból épül fel. Elfogadta, hogy az oszthatóság – akár a „mindenfelé”, akár az „egy bizonyos pontig” lehetséges oszthatóság – fogalma tőrhetetlen, és ennek megfelelően kijelentette, hogy az ő részecskéi végtelen sokaságának egyik darabja sem osztható, hanem mindegyikük valóban egy.

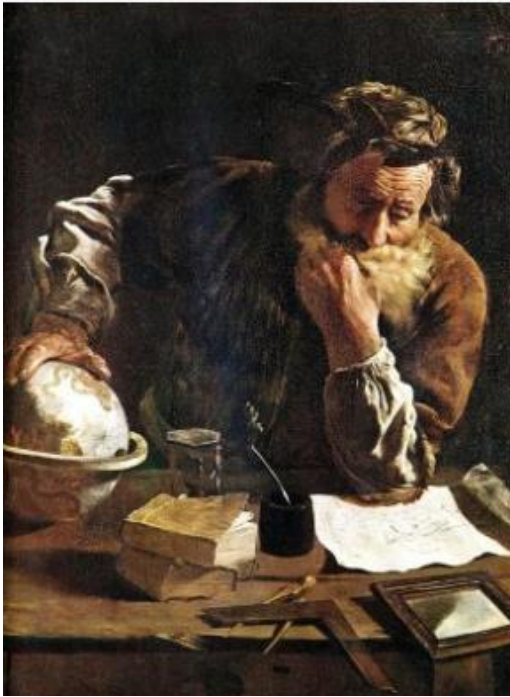


2. ábra. Arkhimédész és Démokritosz

A "Kör mérése" című művében Arkhimédész (görög természettudós, matematikus, mérnök, fizikus, csillagász, filozófus) a π számot egy beírt és körülírt szabályos sokszög területének kiszámításával határozza meg. Ha az oldalak száma 96, akkor megkapja a $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$ vagy $3,14085 < \pi < 3,14286$ felső és alsó határt, azaz. mindkét érték körülbelül 3,14.

De az is fontos, hogy Arkhimédész a differenciálhoz közeli módszert alkalmazott. Ugyanez a módszer magában foglalja a spirál érintőjének megtalálásának módszerét is. Így Arkhimédész csaknem két évezreddel azelőtt lefektette a differenciál- és integrálszámítás alapjait, hogy Newton és Leibniz megalkotta a matematikai analízist.

Bevezette a sűrűség fogalmát. A legenda szerint fürdés közben fedezte fel a felhajtóerőt (Arkhimédész törvénye), aminek öröme kiugrott a kádból, és meztelenül rohant végig az utcán a palotáig azt kiáltozva, hogy „Heuréka!” (megtaláltam).



3. ábra. Arkhimédész

Arkhimédész törvénye: „Minden vízbe (vagy gázba) mártott test a súlyából annyit vesz, mint ami a kiszorított víz súlya”.

Arkhimédész valószínűleg az első ismert és a legjobb matematikai fizikus volt Galilei és Newton előtt. Egyensúlyi törvényeit A síkok egyensúlyáról című, kétkötetes művében ismertette. Az egyensúly törvényeit a korában szokásos (Euklidésznél is látható) módon úgynevezett posztulátumok és az ezekből egyszerű logikai lépésekkel levezetett tételek formájában tette közzé. E tételekkel létrehozta a statika tudományát, leírta az emelőtörvényt, a hidrosztatikai és a mechanikai egyensúlyt. Meghatározta a tömegközéppont (súlypont) fogalmát és kiszámította (pontosabban: megszerkesztette) számos geometriai alakzat súlypontját.

Arkhimédész tevékenysége alapjaiban változtatta meg a matematikát és a mechanikát, ezért őt tartják az ókor legnagyobb tudósának.

Az ókori tudomány fejlődésének római korának beköszöntével, amikor a gyakorlati tudás kerül előtérbe, a matematika stagnálni kezd. A matematikai elméletek eredményeinek elszakadása a gyakorlattól és a kutatás geometriai formájának korlátoltsága a matematika fejlődésének átmeneti visszaesését határozta meg. A matematika új felemelkedéséhez a termelőerők növekedése volt szükséges. Európába csak a reneszánsz korában érkezett meg.

A matematika rohamos fejlődése Európában a reneszánsz idején kezdődött, amikor is a muszlim világban a tudomány hanyatlott. Az első jelentős matematikai munka a német csillagász és matematikus, Johann Müller (1436-1476) „Öt könyve a különféle háromszögekről” volt. Ebben a munkában a trigonometriát először önálló tudományként értelmezték.

Később a bolognai egyetem professzora, Scipione del Ferro (1465 – 1526) általános módszert talált egy hiányos alakú köbegyenlet megoldására.

$$x^3 + px = q \text{ ahol } p, q > 0$$

Niccolò Fontana Tartaglia nemcsak ezt a megoldást fedezte fel újra, hanem egy olyan egyenletet is meg tudott oldani, amelyben $p < 0$. Tartaglia olasz matematikus, erődítményeket tervező mérnök, földmérő és a Velencei Köztársaság könyvelője. Több könyve jelent meg, köztük Arkhimédész és Euklidész első olasz fordítása. Tartaglia volt az első, aki a matematikát alkalmazta az ágyúgolyók pályájának tanulmányozására.

Gerolamo Cardano (olasz származású polihisztor; matematikus, orvos, biológus, fizikus, vegyész, asztrológus, csillagász, filozófus, okkultista) feltalálta a módját, hogy egy teljes köbös egyenletet olyan formára redukáljon, amelyben hiányzik az ismeretlen négyzete, és kiterjesztette a negyedik fokú egyenletekre. Ezeket az eredményeket publikálta, beleértve a könyvében a negyedfokú egyenlet megoldási módszerét is, amelyet tanítványa, Luigi Ferrari (1522-1565) fedezett fel. A Tartaglia és Cardano közötti vitát a statikus egyenletek megoldási módszereinek prioritásáról közel 500 éve vitatják meg, de ennek a vitának a pozitív eredménye az volt, hogy a tudósok nem akarták elrejteni eredményeiket.



4. ábra. Niccolò Fontana Tartaglia és Gerolamo Cardano

A következő 300 évben sok csillagász és matematikus foglalkozott magasabb fokú algebrai egyenletek megoldásának keresésével. Köztük Laplace, Lagrange, Leverrier, Euler és mások.

Joseph-Louis Lagrange gróf, eredeti olasz nevén Giuseppe Luigi Lagrangia (1736- 1813) olasz születésű francia matematikus; a számelmélet, a matematikai analízis és az égitestek mechanikája területén elért eredményeiről híres. Legfontosabb műve a *Mécanique analytique* (Analitikus mechanika; 1788) című kötet, amely az e témakörben később írott könyvek alapja lett.

Értekezéseket publikált a háromtest-problémáról – ez három, egymást a Newton-féle gravitációs törvény alapján kölcsönösen vonzó tömeg mozgásával kapcsolatos –, a differenciálegyenletekről, a prímszámok elméletéről, alapvetően fontos számelméleti egyenletről, a valószínűségszámításról, a mechanikáról, valamint a Naprendszer stabilitásáról.

Leonhard Euler (1707 – 1783) svájci matematikus és fizikus, a matematikatörténet egyik legtermékenyebb és legjelentősebb alakja. Rendkívül termékeny és sokoldalú tudós, elsősorban matematikus, de kiváló fizikus is volt. Huszonnyolc nagyobb művet és több mint nyolcszáz értekezést írt. A

matematika szinte valamennyi ágában maradandót alkotott. Bevezette Euler-szögeket abból a célból, hogy leírja egy merev test helyzetét egy euklideszi térben rögzített háromdimenziós koordináta-rendszerhez képest. Egy geometriai objektum tetszőleges térbeli helyzetbe hozásához három egymás után következő forgatás szükséges, melyet az Euler-szögek írnak le. Ez ekvivalens azzal az állítással, hogy a rotációs mátrix felbontható három elemi forgatásmátrix szorzatára.

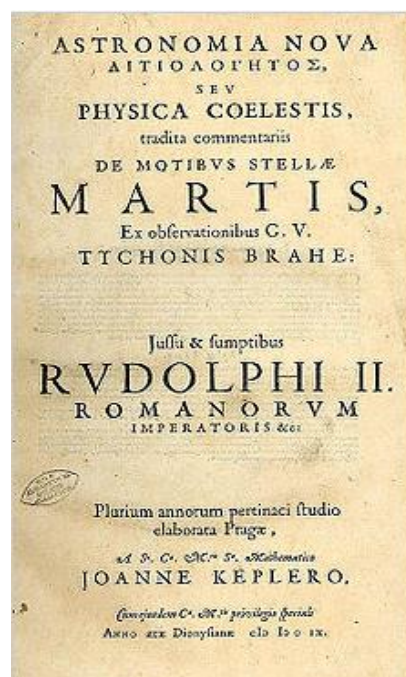
A 17. század egyéb vívmányai közül kiemelendő a logaritmusok felfedezése, amelyek csaknem négy évszázadon keresztül jelentősen megkönnyítették a nehézkes számítások elvégzését. A logaritmusok elméleti alapjai már régen, Arkhimédész és Alexandriai Diophantus munkáiban kezdtek kialakulni. Jost Bürgi (1552-1632) svéd matematikus, a Kepler-obszervatórium munkatársa állította össze az első logaritmustáblázatokat 1603-1611-ben. Ezeket azonban csak 1620-ban publikálta Kepler kérésére. A logaritmusok gyorsan elterjedtek a számítástechnikai gyakorlatban szerte a világon.

A 17. századi matematikusok a különböző alakzatok térfogatának kiszámításakor és súlypontjainak meghatározásakor végtelenül sok, végtelenül kicsi elem összegének tekintették őket. Az érintők felépítésénél a görbét szaggatott vonalnak tekintették, amelynek végtelenül sok, végtelenül kicsi oldala van. A kor legkiválóbb matematikusai: I. Kepler, G. Galileo, B. Cavalieri, E. Torricelli, B. Pascal, J. Vallis, J. Roberval, P. Fermat, P. Gassendi, R. Descartes, I. Barrow és mások.

Johannes Kepler (1571 - 1630) német matematikus és csillagász, aki felfedezte a bolygómozgás törvényeit, amiket róla Kepler-törvényeknek neveznek. Széleskörűen foglalkozott más megfigyelésekkel is, köztük optikával.

Foglalkozott térfogatszámítással. Arkhimédész nyomán – a boroshordók űrtartalmának megállapítása céljából – a forgástestek térfogatának kiszámítására a határozott integrálhoz nagyon hasonló általános számítási eljárást dolgozott ki, s ezzel az integrálszámítás előfutárának is tekinthető.

A hópelyhek szimmetriáját vizsgálva észrevette, hogy bár egyedi alakúak, az ágak 60 fokos szöge mindegyikre jellemző. Ez vezette el ahhoz a problémához, miképp lehet gömböket és köröket legsűrűbben elhelyezni. Ezeknek a vizsgálatoknak ma a kristálytanban és a kódoláselméletben (a híradástechnika része) van szerepe. Kepler megsejtette, hogy akkor tudjuk a gömböket legsűrűbben elhelyezni, ha piramisszerűen helyezzük őket egymásra. Ezt csak 400 év múlva, 1998-ban bizonyította be Thomas Hales matematikus.



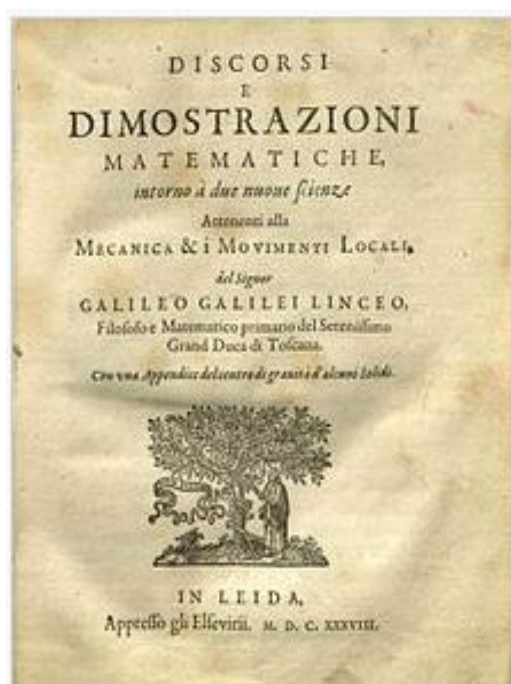
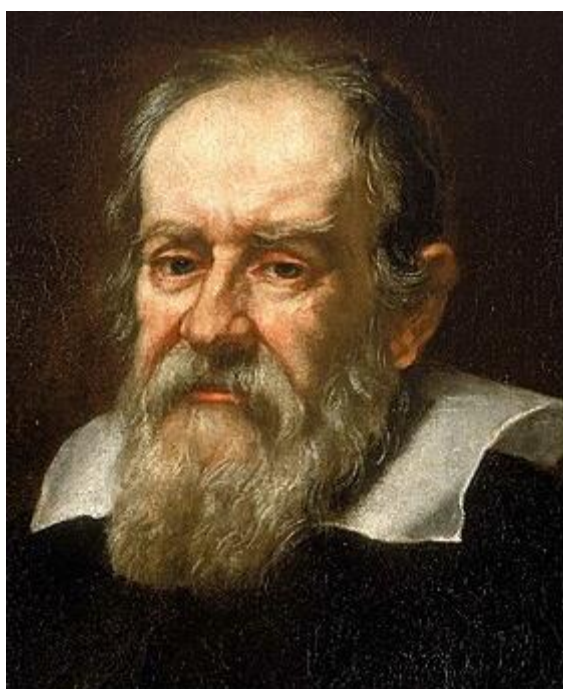
5. ábra .Kepler és írott műve Astronomia nova (Új csillagászat) (1609)

Galileo Galilei (Pisa, 1564. február 15. – Arcetri, 1642. január 8.) itáliai fizikus, csillagász, matematikus, természettudós. A fizikában az elsők között honosította meg a kísérleteket és méréseket, új módszereket adva ezzel a fizikának (és a többi természettudománynak). A csillagászatban ugyancsak az elsők között használt távcsöveket csillagászati jelenségek és égi objektumok megfigyelésére. Eredményei ellentmondtak az uralkodó ptolemaioszi, geocentrikus világképnek, ezért összeütközésbe került a katolikus egyházzal. Az inkvizíció 1633-ban a könyveit betiltotta, Galileit tanainak megtagadására

kényszerítette, és házi őrizetben kellett élnie 1642-ben bekövetkezett haláláig. A katolikus egyház csak 1992-ben érvénytelenítette az ítéletet.

A testek mozgástörvényeit vizsgáló elméleti és gyakorlati munkája Kepler és Descartes független tevékenységével együtt a Newton által később felfedezett klasszikus mechanika előfutára volt. Úttörő volt abban, hogy az európai hagyományoktól eltérően precíz kísérleteket hajtott végre és ragaszkodott a természet szabályainak matematikai leírásához.

Miközben Galilei matematikai alkalmazásai a kísérleti fizikában újítók voltak, a matematikai eljárásai hétköznapiak mondhatók. Az analízisei és a bizonyításai az Elemek ötödik könyvében leírt eudoxoszi elképzeléseken alapultak. Ez az elmélet csak egy századdal korábban vált elérhetővé.

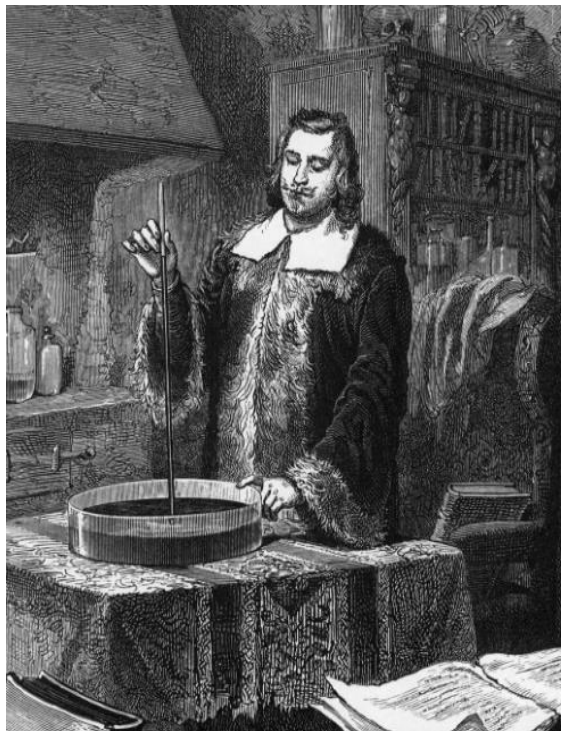


6. ábra . Galileo Galilei és utolsó írott műve

Evangelista Torricelli (Faenza, 1608. október 15. – Firenze, 1647. október 25.) itáliai fizikus és matematikus.

1644-ben hozta nyilvánosságra úttörő munkáját a szabadesés és hajítás törvényszerűségeiről (De motu gravium naturaliter descendentium). Ez volt a

háromkötetes Opera geometrica második része, amelyben közzétette hidrodinamikai kutatásait, amelyek hamarosan élénk érdeklődést váltottak ki egész Európában. A később róla elnevezett tétel kimondja, hogy egy folyadék tartályból való kiáramlásakor az áramlási sebesség arányos a folyadékoszlop magasságának négyzetgyökével, vagyis nem függ a folyadék milyenségétől. A folyadékok dinamikája területén végzett alapvető megfigyelései mellett Torricelli nagymértékben hozzájárult a differenciálszámítás kialakulásához is.



7. ábra . E. Torricelli (<https://www.puskas.hu/ttk/elet/85.html>)

A differenciál- és az integrálszámítás szinte egyszerre jelent meg I. Newton és V. G. Leibniz munkáiban differenciálszámítás formájában a természettudományok, elsősorban a mechanika megnövekedett igényei hatására. Megjelenése a matematikát a változók tudományává változtatta.

Isaac Newton (1642–1727) kiváló angol fizikus, matematikus és csillagász, a tudománytörténet egyik legnagyobb hatású tudósa volt. 1642. december 25-én (a Gergely-naptár szerint 1643. január 4-én) született Woolsthorpe-ban, Lincolnshire grófságban, Angliában. A Cambridge-i Egyetem Trinity College-ában tanult, ahol később a matematika professzora lett.

Newton megfogalmazta a mechanika három törvényét és az egyetemes tömegvonzás törvényét, alapvető szerepet játszott a differenciál- és integrálszámítás fejlődésében, valamint jelentős kutatásokat végzett a fény és a színek természetével kapcsolatban. 1687-ben jelentette meg fő művét, a *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (A természetfilozófia matematikai alapelvei) című munkát, amely a klasszikus mechanika alapjává vált.

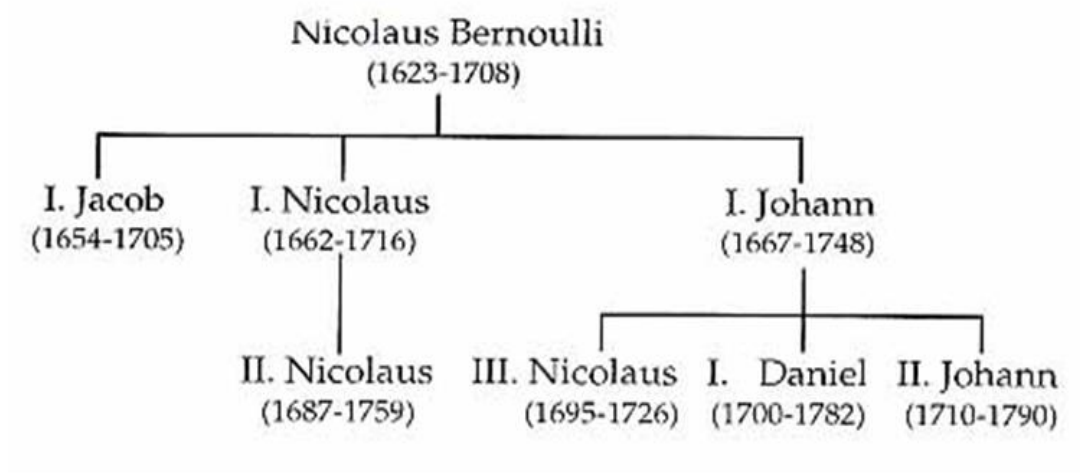
1703-ban a Londoni Királyi Társaság elnökévé választották, 1705-ben pedig lovaggá ütötték. 1727. március 20-án halt meg Londonban, és a Westminster-apátságban temették el.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) kiváló német matematikus, filozófus, fizikus és logikus, a 17–18. század egyik legjelentősebb tudósa volt. 1646. július 1-jén született Lipcsében. A lipcsei és az altdorfi egyetemen tanult, ahol jogtudományból szerzett doktori fokozatot. Élete jelentős részét Hannoverben töltötte és dolgozott.

Leibniz Isaac Newtontól függetlenül fejlesztette ki a differenciál- és integrálszámítást, és olyan jelöléseket vezetett be, amelyeket a matematika mind a mai napig használ. Jelentős eredményeket ért el a matematikai logika és a mechanika területén is, továbbá megalkotta az egyik első mechanikus számológépet. A differenciál- és integrálszámítás, valamint általában az összes elemzés fejlesztésében az első helyet Leonard Euler - matematikus, mechanikus, fizikus és csillagász - birtokolta e korszakban közel ötven évében. 1736-ban jelent meg Euler értekezése a mechanikáról, amelyben először matematikai elemzéssel fejtette ki egy pont dinamikáját, és bemutatta a tehetetlenségi erőket. A differenciál- és integrálszámítás, sőt a variációszámítás egyik megalapítója.

A természettudományok történetében máig úgy tűnik, hogy nincs még egy olyan család, amelynek tagjai között több évszázadon át annyi hírneves tudóst találunk, mint a Bernoulliaknál. Annak ellenére, hogy többen foglalkoztak ezzel a kérdéssel, a mai napig sem tudták megmagyarázni a származástan tudósai, hogy miért volt ebben a családban olyan sok jó matematikus. Még egy évszázaddal ezelőtt is egy egyetem vagy kutatóintézet fényét emelte, ha ott egy

Bernoulli tevékenykedett. Voltak közöttük szép számban híres fizikusok, matematikusok, csillagászok, biológusok, orvosok, jogászok, festőművészek.



8. ábra A Bernoulliak egyszerűsített családfája

Nikolaust tekinthetjük a Bernoulli matematikusdinasztia ősatyjának, mert a család tudósainak elit sorát a gyermekei közül két fia, I. Jakob és I. Johann nyitja meg. Mivel a generációk során többeknek volt ugyanaz a keresztnévük, gyakran sorszámozva is emlegetik őket. A könnyebb tájékozódás végett mellékelem a Bernoulliak családfájának e részét, jelezve a család azon tagjait, akik a XVIII. század végéig jelentősebb tevékenységeket fejtettek ki.

I. Jakob, apja kívánsága szerint az 1460-ban alapított bázeli egyetem teológia karára iratkozott be, ám csakhamar a matematika felé fordult. Utazásokat tett Franciaországban, Hollandiában és Angliában, ahol kezébe kerültek Descartes, Wallis, Barrow művei, és valójában ekkor kezdett figyelme a matematikára összpontosulni. 1687-ben elfoglalta a matematikaprofesszori katedrát a bázeli egyetemen. Ettől kezdődően 15 éven keresztül a bázeli egyetem e tanszékét mindig egy Bernoulli töltötte be. Megismerte Leibniz munkáit is, és ugyanebben az évben megkezdte levelezését Leibnizcel, így munkaköre is elősegítette matematikai kutatásainak ösztönzését. Egyetemi professzorként több tanítványát is beavatta az új eredményekbe és módszerekbe, köztük öccsét, I. Johannt is.

I. Johann (1667-1748) miután orvosi tanulmányait befejezte, 1690-ben, hosszabb időre Párizsba utazott, ahol megismerkedett a híres L' Hospital márkival, aki Leibniz-cel állt levelezésben. L' Hospital 1696-ban kiadott egy differenciálszámítási tankönyvet, amelyben felhasználta mind Leibniz, mind tanítója, I. Johann eredményeit. 1691-92-ben Johann egy integrálszámítási tankönyvet írt, amelyben először szerepel az "integrál" szó. Johann - matematikai eredményeinek számát tekintve - fölülmúlta bátyját.

A Bernoulli fivérek élénk levelezésben álltak a kor neves matematikusaival, így szereztek tudomást egymás eredményeiről, problémáiról. A fivérek levelezését olvasva sokszor roppant heves tudományos vitákba nyerünk betekintést. Kettejük közül Johann volt a hevesebb természetű, amihez még dicsőiségvágy is hozzájárult. A két testvér tudományos hírnevének és tevékenységének méltó folytatói I. Johann három tehetséges fia, III. Nicolaus, Daniel és II. Johann, valamint az ő unokatestvérük, II. Nikolaus. II. Nikolaus a polinomok tulajdonságainak a tanulmányozása és a valószínűség-számítás terén ért el eredményeket. II. Johann kitűnő pedagógus volt, magas fokú oktatói tevékenységet folytatott tudós professzorként a bázeli egyetemen.

D. Bernoulli - fizikus és matematikus, a gázok kinetikai elméletének, a hidrodinamika és a matematikai fizika egyik megalkotója, (Johann Bernoulli fia) a matematikai fizika és a differenciálegyenletek elmélete terén végzett munkáival vált híressé. A matematikai fizika a való világ folyamatait tanulmányozza a fizika törvényszerűségein alapuló matematikai modellek segítségével. D. Bernoulli a matematikát alkalmazta egy összenyomhatatlan folyadék ideális viselkedésének tanulmányozására, és klasszikus művében, a "Hidrodinamikában". A Bernoulli-törvény szerint az áramlási csőben a nagyobb sebességű helyeken a nyomás kisebb, mint a kisebb sebességű helyeken.



9.ábra. Daniel Bernoulli Hydrodynamica című művének címlapja.

A 18. században a matematika fejlődésének egyik meghatározó irányává a végtelenül kicsiny mennyiségek vizsgálata vált. Az eredetileg meghatározott matematikai problémakör megoldására kidolgozott módszer fokozatosan a függvények vizsgálatának egyetemes eszközévé fejlődött. Az új módszer számos elméleti és gyakorlati probléma megoldásában elért jelentős eredményei fokozatosan háttérbe szorították a módszer elégtelen matematikai megalapozottságával kapcsolatos kritikákat.

A természeti jelenségek vizsgálatának egyik legfontosabb módszerévé a differenciálegyenletek felállítása és megoldása vált. Ennek alapján eredményesen fejlődött az analitikus mechanika, a folyadékok és gázok mechanikája, valamint a természettudományok és a matematika számos más területe. A 18. században a matematikával egyre inkább hivatásos tudósok foglalkoztak, akik már nem csupán a matematika oktatásáért, hanem matematikai problémák közvetlen megoldásáért is anyagi elismerésben részesültek.

A matematikai analízis gyors fejlődése következtében fokozatosan önálló területekre tagolódott: kialakult a differenciál- és integrálszámítás, a

differenciálegyenletek elmélete, amely később a közönséges differenciálegyenletek és a parciális differenciálegyenletek elméletére vált szét, továbbá a variációszámítás, a speciális függvények elmélete és a komplex változós függvények elmélete. Önálló irányzatként fejlődött a végtelen sorok elmélete is. A differenciál- és integrálszámítás keretében új területként bontakozott ki a többváltozós függvények analízise.

A 18. század közepén kezdett kialakulni a lineáris algebra. Alapjainak megteremtésében jelentős szerepet játszott Johann Bernoulli tanítványa, a svájci tudós, Gabriel Cramer (1704–1752). Olyan módszert dolgozott ki, amely négyzetes mátrixszal adott lineáris algebrai egyenletrendszerek megoldását a determináns segítségével tette lehetővé.

Az 1750-ben megjelent, „Bevezetés az algebrai görbék analízisébe” című értekezésében Cramer elsőként bizonyította, hogy egy n -edrendű algebrai görbe általános esetben teljesen meghatározható, ha annak $n(n + 3)/2$ pontja adott. A bizonyításhoz lineáris egyenletrendszert állított fel, amelyet egy olyan algoritmus segítségével oldott meg, amely később Cramer-szabályként vált ismertté. A tudós a determináns kiszámítására is pontos algoritmust adott meg.

A „determináns” elnevezést Carl Friedrich Gauss német tudós vezette be a matematikai terminológiába 1801-ben.

A XIX. század a matematika további fejlődését hozta. A XIX. és XX. század matematikája azonban olyan szerteágazó és sokrétű, hogy főbb területeinek történetét röviden bemutatni lehetetlen.

Тези з історії математики

Математика як наука про кількісні величини та просторові форми у світі відіграє важливу роль у природничо-інженерно-технічних, а останнім часом і в гуманітарних дослідженнях. Математика стала знаряддям кількісного розрахунку для багатьох галузей знань, й шляхом точного дослідження та засобом чіткого формулювання понять і проблем. Без сучасної математики з її розвиненим логічним та обчислювальним апаратом неможливий прогрес у людській діяльності.

Початок періоду розвитку математики (грецька, елліністична та римська математика) відноситься до епохи рабовласницького суспільства, друга ж половина – до епохи феодального (у Китаї, Індії, Середній Азії, на Близькому Сході та у Західній Європі); втім, як відомо, феодалізм у різних регіонах набуває суттєво різних форм і розвивається нерівномірно (сказане відноситься і до рабовласництва). Після бурхливого розквіту грецької та елліністичної математики в умовах краху Римської імперії приходить до остаточного занепаду. У середні віки в країнах Сходу з їх великими гідротехнічними спорудами, розвитком світових торгових центрів, збільшеними потребами у великих геодезичних роботах і більше практичними тенденціями чиновницької бюрократії, що тісно зрощується з купецтвом, Особливого розвитку отримує обчислювальна сторона математики.

Китайська культура, включаючи математику, – найдавнішого походження. Китайська цивілізація виникла на початку II тисячоліття до н.е. на берегах річки Хуанхе, а потім поширилася на басейн річки Янцзи. Вважається, що в епоху Інь (XVIII–XII ст. до н. е.) – появи першої китайської держави – у Китаї виникла математика та астрономія.

У VII ст. до зв. е. китайські вчені вміли передбачати сонячні та місячні затемнення. Астрономи склали перший зірковий каталог (IV ст. до н. е.). Великими відкриттями китайців є компас, сейсмограф, порох, папір,

шовк, лак, рис та чай. З'явилися перші математичні книги, які до нас не дійшли. Але вони лягли в основу відомих класичних математичних праць, що дійшли до нас: «Трактат про вимірювальну жердину» відома «Математика у дев'яти книгах» (остаточну редакцію якої зробив Чжан Цан у II ст. до зв. е.). Вона була призначена для чиновників, торговців, землемірів, будівельників. У ній вміщено 246 завдань із вказівками для їх вирішення. Вони є результатом досягнення Китаю до початку нашої ери. У VII-X ст. н. е. вона стала основним підручником для чиновників. В цей час з'явилися твори "Трактат про морський остров" і "Математичний трактат" Сунь-цзи (III ст.). Китайські ієрогліфічні цифри виникли у II тисячолітті до зв. е. та встановилися до III ст. н. е. Ці ієрогліфи застосовуються і зараз.

Таким чином, математика Китаю була сукупністю обчислювальних алгоритмів, призначених для вирішення на лічильній дошці деяких класів завдань арифметики, алгебри та геометрії. Але мала мало спільного з дедуктивною наукою грецького зразка. Китайська математика була ізольована від розвитку математики інших країн. Є факти впливу математики Китаю, Індії та країн ісламу. Наприклад, поява від'ємних чисел в Індії, десяткових дробів у Середній Азії, близькість китайської та індійської нумерацій та ін. У долині Інду існувала розвинена цивілізація ще середині III тисячоліття до зв. е. У XII ст до зв. е. почала заселятися долина Ганга. Індійці споруджували зрошувальні канали, міські водостічні системи, що застосовували гончарне коло. У I тисячолітті до зв. е. з'явилися священні книги брахманів "Веди" ("Знання"). До VII-V ст. до зв. е. відносяться перші індійські письмові математичні пам'ятки. Більшість трактатів індійців написані санскритом – мовою релігійних книг. Одна з них – «Сульва сутра» («Правила мотузки»), що відноситься до VI-V ст. до н. е. У ній викладаються способи побудови культових споруд та пов'язані з ними математичні правила: побудова прямого кута, квадрата, прямокутника, поділ відрізка навпіл.

Вважається, що греки запозичували перші відомості з геометрії у єгиптян, з алгебри – у вавилонян. Однак ні в Стародавньому Вавилоні, ні в Стародавньому Єгипті математики як науки в нашому сучасному розумінні, тобто розвиненої дедуктивної системи речень, не існувало. Народження такої науки, заснованої на суворих доказах, сталося у Стародавній Греції. Спочатку давньогрецька математика не відрізнялася принципово від єгипетської та вавілонської. З розвитком рабовласницького ладу, починаючи з VI ст. до н. е. у математичному мисленні греків все більше посилюється теоретична сторона. Рабам стали доручати «чорну» розумову роботу. переписування книг, виробництво обчислень, що зрештою призвело до відділення теоретичної математики від практичної.

Від практичної арифметики, що називалася «логістикою», і прикладної геометрії, що отримала у Архімеда назва «геодезія», починають відокремлюватися теоретична арифметика та теоретична геометрії. Хоча вони, подібно до інших наук, не були тоді ще самостійними дисциплінами, а входили як складові у філософію. На відміну від практичної, теоретична арифметика та геометрія не тільки містили розпорядження, як вирішувати завдання, а й давали обґрунтування, чому правильне рішення. Це введення в математику доказів давало можливість узагальнювати отримані приватні результати, отримувати вірні висновки.

Остаточне виділення математики в самостійну теоретичну науку відбулося в Греції середині V століття до зв. е., знайшовши своє завершення вже в епоху еллінізму в «Началах» Евкліда, приблизно 300 р. до н. е. Протягом трьох попередніх століть, у класичний період розвитку, воно готувалося накопиченням елементарних знань, а головне – посиленням, що зростає. теоретичних, логічних моментів у грецькій математиці. Спочатку докази лише окремих теорем стали загальним правилом. Виразно почали виділяти вихідні поняття та положення, по

можливості стали уникати звернення до наочності, замінюючи її логічними висновками. Усі отримані знання приводили у чітку систему.

Археологічні знахідки свідчать, що перші розрахунки з'явилися у 30-му тисячолітті до н.е. У стародавніх цивілізаціях Сходу з'являються перші наукові математичні знання. У Стародавньому Єгипті склалася десяткова ієрогліфічна система числення. Єгиптянам були відомі дії з дробами, вони вміли обчислювати площу прямокутника, трикутника, трапеції. Площа кола обчислювалася приблизно за формулою .

$$S = \left(\frac{8}{9} d \right)^2 .$$

Це означає, що число π приймається рівним 3,1605. Площа довільного чотирикутника зі сторонами a , b , c і d обчислювалася також за наближеною формулою як:

$$S = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2} .$$

Ця формула може дати велику похибку, залежно від виду чотирикутника. Однак, якщо її застосовувати для визначення площ чотирикутників, близьких до прямокутника, вона дає цілком задовільну точність. Єгипетські математики також вміли обчислювати об'єм паралелепіпеда, циліндра та піраміди, у тому числі зрізаної. Їм також були відомі арифметична та геометрична прогресії.

Таким чином, у Єгипті за 20 століть до н. складаються окремі елементи науки математики. При цьому техніка обчислень залишається примітивною, а також немає єдиних методів розв'язання задач. Математика стародавнього Вавилону ґрунтувалася на Шістдесятковій системі числення — це позиційна система числення з основою шістдесят, в якій до того ж був відсутній символ для позначення нуля, що створювало певні незручності. На основі цієї системи були сформульовані правила арифметичних дій, як із цілими числами, так і з дробами. Для полегшення рахунку у Вавилоні існували таблиці множення від 1×1 до 60×60 , квадратів

та кубів цілих чисел, квадратних коренів та ін. Великий інтерес викликає вавилонський метод обчислення квадратного кореня, це ітераційний метод. Для визначення квадратного кореня з числа a вибирається початкове наближення x_0 , а кожне наступне наближення будується за такою формулою:

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right).$$

Метод має високу точність. Наприклад, якщо взяти в якості початкового наближення під час обчислення $\sqrt{2}$ саме це число 2, то вже четверте ітерація дасть значення 2, а четверта ітерація дає $\sqrt{2}=1,4142135623$, і перші 12 знаків будуть точними.

В даний час вавилонський метод широко використовується в комп'ютерах і калькулятори. Вавилоняни вміли розв'язувати лінійні та квадратні рівняння. Їх геометричні знання також перевищували єгипетські. Однак у математиці Месопотамії, як і в Єгипті, відсутні доведення, критерієм правильності вирішення вважається практика. При цьому точні та наближені формули не відрізнялися, якщо наближене рішення задовольняло практичним вимогам. Математика древніх держав Індії та Китаю мала подібні риси. Поряд з великим арсеналом практичних знань та вмінням проводити громіздкі обчислення там також була відсутня система доведень.

Математика як наука з'явилася у Стародавній Греції у VI столітті до н.е. під впливом природничих наук, що зароджуються, – механіки, астрономії та фізики. Поряд із вузькопрактичними завданнями з'явилися і математичні теореми. Першим грецьким геометром, який увів у математику систему доказів був Фалес Мілетський. Він довів кілька теорем, серед яких такі:

- діаметр ділить коло навпіл;
- кути при основі рівнобедрених трикутників рівні;

- вертикальні кути рівні;
- якщо у двох трикутників сторона та два кути, що прилягають до неї рівні, то рівні та трикутники;
- теорема Фалеса про паралельні прямі.

Важливість доведення в математиці підкреслює Аристотель: «Докази не лише встановлюють справедливість тих чи інших фактів, але проясняють сутність цих фактів та розкривають логічні зв'язки між ними».

У школі Піфагора з арифметики було виділено теорію чисел, знайдено багато математичних закономірностей теорії музики. Особливістю піфагорійського союзу було те, що числовим співвідношенням приписувалися таємничі магічні властивості.

Їхні уявлення порушило відкриття піфагорійцем Гіппасом несумірності діагоналі квадрата та його сторони. В результаті з'явився логічне доведення ірраціональності $\sqrt{2}$. Це спричинило введення поняття ірраціонального числа та розширення самого поняття «число».

Прагнення бездоганної точності рішення призвело також до відмови від арифметичних способів розв'язання квадратних рівнянь, оскільки часто корінь може бути ні парним, ні непарним, тобто. є ірраціональними. Тому греки застосовували для цих рівнянь громіздкі геометричні методи.

До IV століття до н.е. у математиків проявляється прагнення систематизувати математичні знання і викласти їх з логічною послідовністю. До цього їх спонукало розвиток логіки. Творам, у яких викладалися перші систематизовані знання з математики, багато авторів назвали «Початки». Вони були або втрачені, або забуті, а загальне визнання здобули «Початки» Евкліда. Логічна строгість його викладу геометрії залишалася неперевершеною протягом 20 століть. Ця робота послужила зразком для багатьох вчених у створенні нових наук, дедуктивної побудови теорії математики і досі лежить в основі всіх шкільних курсів геометрії.

Великий вплив на давньогрецьку математику мали погляди Демокріта. Демокріт розвинув учення про атоми свого вчителя філософа Левкіппа, що є головним досягненням демокрітової філософії. Демокріт доходив до ідеї неподільності атомів.

У роботі «Вимірювання кола» Архімед (математик, фізик, інженер, винахідник та астроном) визначає число π за допомогою обчислення периметра вписаного та описаного правильного багатокутника. При числі сторін рівному 96 він отримує верхню та нижню межі $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$ або $3,14085 < \pi < 3,14286$, тобто. обидва значення приблизно рівні 3,14.

Але важливим є також те, що вчений застосовує метод, близький до диференціального. До такого ж способу відноситься метод знаходження дотичної до спіралі. Таким чином, Архімед заклав основи диференціального та інтегрального обчислення майже за два тисячоліття до створення математичного аналізу Ньютоном та Лейбніцем.

Серед його досягнень у фізиці, — заснування гідростатики, статички та пояснення принципу важеля. Йому приписують винайдення новаторських механізмів, включно з облоговими машинами та гвинтовим насосом, названим на його честь. Сучасними експериментами перевіряли твердження, що Архімедові пристрої могли підіймати кораблі в повітря з води, потім їх топити чи підпалювати за допомогою набору дзеркал.

Діяльність Архімеда докорінно змінила математику та механіку, тому його вважають найбільшим вченим античності.



Рис. 1. Архімед, талановитий винахідник та видатний вчений

З настанням римського етапу розвитку античної науки, коли на перше місце виходять практичні знання, у математиці настає застій. Відірваність результатів математичних теорій від практики та обмеженість геометричної форми досліджень визначили тимчасовий занепад у розвиток математики. Для нового підйому математики потрібен був підйом продуктивних сил. У Європі він настав лише в епоху Відродження.

Бурхливий розвиток математики в Європі почався в епоху Відродження, коли у мусульманському світі наука пішла на спад. Першим значним твором з математики стали «П'ять книг про трикутники різного роду» німецького астронома та математика Йоганна Мюллера (1436 – 1476). У цій роботі тригонометрія вперше трактувалася як самостійна наука.

Пізніше професор Болонського університету Сципіон дель Ферро (1465 – 1526) знайшов загальний метод розв'язання неповного кубічного рівняння виду

$$x^3 + px = q \text{ де } p, q > 0$$

Тарталья (італійський математик-самоучка, здійснив переклад італійською мовою деяких праць Архімеда та Евкліда.) не тільки наново відкрив ці рішення, але також зміг вирішити рівняння, у якому $p < 0$.

Кардано (італійський фізик, математик, філософ, винахідник карданного механізму, автор формули для розв'язку кубічних рівнянь) придумав спосіб зведення повного кубічного рівняння до виду, у якому відсутній член із квадратом невідомого та поширив його на рівняння четвертого ступеня. Він опублікував ці результати, увімкнувши також у свою книгу та метод вирішення рівняння четвертого ступеня, відкритий його учнем Луїджі Феррарі (1522 – 1565). Суперечка між Тарталья та Кардано про пріоритет на способи вирішення статечних рівнянь обговорюється майже 500 років, однак позитивним результатом цієї суперечки стало прагнення вчених не приховувати свої досягнення.

Пошуками рішення рівнянь алгебри вищих ступенів займалися багато астрономів і математиків протягом наступних 300 років. Серед них Лаплас, Лагранж, Левер'є, Ейлер та ін



Рис. 2. Жозеф-Луї Лагранж (1736 – 1813) — французький математик, фізик і астроном італійського походження.

Лагранж працював у багатьох галузях математики, розвинув нову галузь — варіаційне числення, зробив великий внесок у теорію диференціальних рівнянь і методів апроксимації функцій. Довів теорему про обернення рядів, теорему про кількість елементів будь-якої підгрупи скінченної групи, теорема про значення многочленів, теорему про чотири квадрати, теорему (формулу) про скінченні прирости. Лагранжу належать понад 100 математичних праць, багато з них були трактатами, й усі публікації відзначалися найвищою якістю. Але найвизначнішим твором Лагранжа стала «Аналітична механіка», надрукована в 1787 р. У цій роботі вчений узагальнив свої дослідження з класичної механіки й надав цій науці елегантної й довершеної форми.



Рис. 3. Леона́рд Ейлер (1707-1783), — швейцарський математик та фізик, який провів більшу частину свого життя в Росії та Німеччині.

Ейлер здійснив важливі відкриття в таких різних галузях математики, як математичний аналіз та теорія графів. Він також ввів велику частину сучасної математичної термінології і позначень, зокрема у математичному аналізі, як, наприклад, поняття математичної функції. Ейлер відомий також завдяки своїм роботам в механіці, динаміці рідини, оптиці та астрономії, інших прикладних науках. Ейлер вважається найвидатнішим математиком 18-го століття, а, можливо, навіть усіх часів.

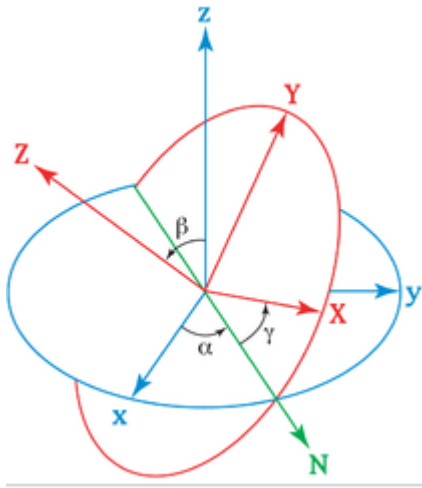


Рис.4. Ейлерові кути — три кути, за допомогою яких математично описується поворот однієї системи координат щодо іншої у тривимірному просторі.

Здебільшого використовуються для математичного опису обертання абсолютно твердого тіла, при якому одна система координат — система спостерігача, а інша жорстко зв'язується з тілом.

З інших досягнень XVII століття слід відзначити відкриття логарифмів, вони суттєво полегшували проведення громіздких обчислень протягом майже чотири століття. Теоретичні засади логарифмів розпочали формуватися давно, ще у працях Архімеда та Діофанта Олександрійського. Перші таблиці логарифмів становив 1603 – 1611 рр. співробітник обсерваторії Кеплера шведський математик Йост Бюргі (1552 – 1632). Однак він видав їх тільки в 1620 р., і то на вимогу Кеплера. Логарифми швидко поширилися на обчислювальній практиці в усьому світі.

Математики XVII ст. при обчисленні об'ємів та визначенні центрів тяжіння різних фігур розглядали їх як суми нескінченно великої кількості нескінченно малих елементів. При побудові дотичних вони розглядали криву як ламану лінію з нескінченно великим числом нескінченно малих сторін. У пошуках загальних методів побудови дотичних, обчислення площ та обсягів брали участь найвидатніші математики, серед яких: І. Кеплер, Г. Галілей, Б. Кавальєрі, Е. Торрічеллі, Б. Паскаль, Дж. Валліс, Ж. Роберваль, П. Ферма, П. Гассенді, Р. Декарт, І. Барроу та ін.

Йоганн Кéплер (1571 —1630) німецький філософ, математик, астроном, астролог та оптик, відомий насамперед відкриттям законів руху планет, названих законами Кеплера на його честь. В обчислювальній

математиці на його честь названо метод наближеного обчислення інтегралів. Він поширював логарифмічне числення у Німеччині, заснував оптику як науку, вдосконалив телескоп-рефрактор та допоміг довести відкриття, зроблені за допомогою телескопа його сучасником Галілео Галілеєм.

До 1611 року Кеплер опублікував трактат «Про шестикутні сніжинки» у якому висловив припущення про те, що не існує щільнішої упаковки однакових сфер, ніж гранецентрована кубічна та гексагональна, яке отримало назву гіпотези Кеплера. Доведення гіпотези Кеплера для регулярних ґраток дав у 1831 році Карл Фрідріх Гаусс. Для нерегулярних структур задача виявилася складнішою, й стала 18-ю проблемою Гільберта, розв'язання якої за допомогою комп'ютерних обчислень було отримано 1998 року.

Галілео ді Вінчénцо Бонаіу́ті де Галіле́й (італ. Galileo di Vincenzo Bonaiuti de 'Galilei; 15 лютого 1564, Піза — 8 січня 1642, Арчетрі) — італійський астроном, математик, фізик, поет, літературний критик і мислитель епохи Відродження.

Галілей вважається батьком спостережної астрономії, оскільки він був одним із найперших, хто використав телескоп для спостереження небесних тіл, і зробив низку видатних астрономічних відкриттів. Серед них — підтвердження існування фаз Венери, спостереження чотирьох найбільших супутників Юпітера, кілець Сатурна й аналіз місячних кратерів і сонячних плям. Він також значно вдосконалив конструкцію телескопа і за допомогою телескопічних спостережень довів правильність геліоцентричної теорії будови сонячної системи, що призвело до серйозного конфлікту з католицькою церквою.

Галілео Галілей був основоположником експериментально-математичного методу вивчення природи. Він виклав розгорнутий опис цього методу і сформулював найважливіші принципи механічного світу. Його дослідження кардинально вплинули на розвиток наукової думки.

Саме від нього бере початок фізика як наука. Найважливішим вкладом Галілео Галілея в науку була свідомо і послідовна заміна пасивного спостереження активним експериментом. Результатами цих експериментів стало багато наукових відкриттів.

Еванджеліста Торрічеллі (італ. Evangelista Torricelli; 15 жовтня 1608 — 25 жовтня 1647) — італійський фізик і математик. 1644 року розвинув теорію атмосферного тиску, довів можливість отримання так званої «торічелієвої порожнечі» і винайшов ртутний барометр. У основній праці з механіки «Про рух вільно падаючих і кинутих важких тіл» (1641) розвивав ідеї Галілея про рух, сформулював принцип руху центрів тяжіння, заклав основи гідравліки, вивів формулу для швидкості витікання ідеальної рідини з посудини.

Торрічеллі належать також роботи з математики (зокрема, розвинув метод неподільних) і балістики, удосконалення оптичних приладів, шліфуванню лінз. У математиці удосконалив і широко застосовував метод неподільних при розв'язанні задач на дотичні. Використовував кінематичні уявлення, зокрема принцип додавання рухів. Узагальнив правило квадратури параболи на випадок довільного раціонального показника. Самостійно, хоч і дещо пізніше від Ж. Роберваля, визначив квадратуру циклоїди. Услід за Рене Декартом знайшов довжину дуги логарифмічної спіралі.

Диференційне та інтегральне числення виникли майже одночасно у працях І. Ньютона та В. Г. Лейбніца у формі обчислення диференціалів під впливом збільшених запитів природничих наук, насамперед механіки. Його поява перетворила математику в науку про змінні величини.



Isaac Newton Gottfried Wilhelm Leibniz

Рис 5. Фрагмент презентації на тему «Інтегральні та диференціальні методи в математиці XVII століття».

Ісаак Ньютон (1642–1727) видатний англійський фізик, математик і астроном, один із найвпливовіших учених в історії науки. Народився 25 грудня 1642 року (4 січня 1643 року за григоріанським календарем) у Вулсторпі, графство Лінкольншир, Англія. Навчався у Триніті-коледжі Кембриджського університету, де згодом став професором математики.

Ньютон сформулював три закони механіки та закон всесвітнього тяжіння, зробив фундаментальний внесок у розвиток диференціального й інтегрального числення, а також здійснив важливі дослідження природи світла й кольору. У 1687 році опублікував свою головну працю «Математичні начала натуральної філософії» (*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*), яка стала основою класичної механіки.

У 1703 році Ньютон був обраний президентом Лондонського королівського товариства, а в 1705 році посвячений у лицарі. Помер 20

березня 1727 року в Лондоні та був похований у Вестмінстерському абатстві.

Готфрід Вільгельм Лейбніц (1646–1716) — видатний німецький математик, філософ, фізик і логік, один із найвизначніших учених XVII–XVIII століть. Народився 1 липня 1646 року в Лейпцигу. Навчався в Лейпцизькому та Альтдорфському університетах, де здобув докторський ступінь з права. Значну частину життя працював у Ганновері.

Лейбніц незалежно від Ісаака Ньютона розробив диференціальне та інтегральне числення і запровадив позначення, які використовуються в математиці й сьогодні. Він також зробив вагомий внесок у розвиток математичної логіки, механіки та створив одну з перших механічних обчислювальних машин. Перше місце у розробці диференціального та інтегрального обчислення, як і всього аналізу в цілому, належало протягом майже п'ятдесяти років даної епохи Леонарду Ейлеру — математику, механіку, фізику та астроному. У 1736 вийшов трактат Ейлера з механіки, в якому він вперше виклав динаміку точки за допомогою математичного аналізу та ввів сили інерції. Він є одним із основоположників диференціального та інтегрального обчислення, і навіть варіаційного обчислення.

В історії природничих наук, здається, немає іншої родини, члени якої мали б стільки відомих учених протягом кількох століть, як родина Бернуллі. Досі ніхто не зміг пояснити, чому в цій родині було так багато хороших математиків. Навіть століття тому, університет чи науково-дослідний інститут підвищували репутацію, якщо там діяв Бернуллі. Серед них було чимало відомих фізиків, математиків, астрономів, біологів, лікарі Ніколауса можна вважати родоначальником династії математиків Бернуллі, оскільки елітну лінію вчених родини відкривають двоє його дітей, Якоб I та Йоганн I. Оскільки кілька людей мали однакові імена протягом поколінь, їх часто нумерували.

Згідно з бажанням батька, Якоб I вступив на теологічний факультет Базельського університету, заснованого в 1460 році, але незабаром зацікавився математикою. Він здійснив подорожі до Франції, Голландії та Англії, де йому дісталися праці Декарта, Уолліса, Барроу, і саме тоді його увага фактично почала зосереджуватися на математиці. У 1687 році він обійняв посаду професора математики в Базельському університеті. Відтоді протягом 105 років цю кафедру Базельського університету завжди очолювали Бернуллі. Він також познайомився з роботами Лейбніца і почав своє листування з Лейбніцем у тому ж році, тому його робота також допомогла сприяти його математичним дослідженням. Будучи професором університету, він ознайомив кількох своїх студентів з новими результатами та методами, у тому числі свого молодшого брата І. Йоганна.

Йоганну Бернуллі (1667-1748) належить перший друкований систематичний виклад інтегрального числення. Вивів правило розкриття невизначеності типу $0/0$ (відоме під назвою правила Лопітала), розробив методи інтегрування раціональних дробів, обчислення площ плоских фігур, випрямлення різних кривих, відкрив ряд, названий його іменем і споріднений із рядом Тейлора, дав визначення поняття функції як аналітичного виразу, складеного зі змінних і постійних величин. Поставив класичне завдання про геодезичні лінії й знайшов характерну геометричну властивість цих ліній, а пізніше вивів диференціальне рівняння, що описує їх.

Брати Бернуллі вели жваве листування з відомими математиками того часу, таким чином дізнаючись про результати та математичні проблеми. Читаючи листування братів, можна зустріти надзвичайно гострі наукові суперечки. З них двох Йоганн мав більш жорстокий характер, чому також сприяло бажання слави. Гідними продовжувачами наукової слави та діяльності обох братів є троє талановитих синів Йоганна I, III. Миколи, Даниїла і II. Йоганн, а також їхній двоюрідний брат II. Микола. II. Микола досяг результатів у галузі вивчення властивостей поліномів і обчислення

ймовірності. П. Йоганн був чудовим викладачем, займався викладацькою діяльністю високого рівня як науковий професор Базельського університету.

Д. Бернуллі - швейцарський фізик-універсал і математик, один з творців кінетичної теорії газів, гідродинаміки та математичної фізики, (син Йоганна Бернуллі) прославився працями в області математичної фізики та теорії диференціальних рівнянь. Математична фізика вивчає процеси реального світу за допомогою математичних моделей, що виходять на основі законів фізики. Д. Бернуллі застосував математику до вивчення ідеальної поведінки нестисненої рідини та у своєму класичному творі «Гідродинаміка».

У XVIII столітті провідним напрямом розвитку математики стало дослідження нескінченно малих. Метод, створений для розв'язання певного кола математичних задач, поступово перетворився на універсальний інструмент дослідження функцій. Значні успіхи нового методу у розв'язанні численних практичних і теоретичних задач зменшили гостроту критики, пов'язаної з недостатнім рівнем його математичного обґрунтування.

Головним методом дослідження природних явищ стало складання та розв'язання диференціальних рівнянь. На цій основі успішно розвивалися аналітична механіка, механіка рідин і газів та інші галузі природничо-математичного знання. У XVIII столітті математикою дедалі більше займалися професійні вчені, які отримували матеріальну винагороду не лише за викладання, а й за безпосереднє розв'язання математичних проблем.

Бурхливий розвиток математичного аналізу сприяв його подальшій диференціації на окремі галузі: диференціальне та інтегральне числення, теорію диференціальних рівнянь, яка згодом поділилася на теорію звичайних диференціальних рівнянь і теорію диференціальних рівнянь у частинних похідних, варіаційне числення, теорію спеціальних функцій,

теорію функцій комплексної змінної. Окремим напрямом сформувалася теорія нескінченних рядів. У межах диференціального та інтегрального числення виник новий розділ — аналіз функцій багатьох змінних.

У середині XVIII століття почала формуватися лінійна алгебра. Її основи значною мірою заклав учень Йоганна Бернуллі, швейцарський учений Габріель Крамер (1704–1752). Він запропонував спосіб розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь із квадратною матрицею за допомогою визначника.

У трактаті «Вступ до аналізу алгебраїчних кривих», опублікованому 1750 року, Крамер уперше довів, що алгебраїчна крива n -го порядку в загальному випадку повністю визначається, якщо задано $n(n + 3)/2$ її точок. Для доведення цього твердження він побудував систему лінійних рівнянь і розв’язав її за допомогою алгоритму, який згодом отримав назву правила Крамера. Учений також подав точний алгоритм обчислення визначника.

Термін «визначник» («детермінант») увів у математичний обіг німецький учений Карл Фрідріх Гаусс у 1801 році.

XIX століття принесло подальший розвиток до науки математики. Однак математика XIX і XX століть настільки велика і різноманітна, що виклад історії основних її розділів у стислому вигляді неможливий.

Tesztfeladatok

1. Ékeket használtak a számok rögzítésére ...

- a) Ósi Kína
- b) Az ókori Egyiptom
- c) Ósi Babilon
- d) Római Birodalom
- e) Az ókori India

2. Egy szám pozicionális jelölését először ...

- a) Az ókori India
- b) Ókori Görögország
- c) Ósi Babilon
- d) Római Birodalom

3. A tételek első bizonyítékait ...

- a) Pitagorasz
- b) Thales
- c) Anaxogor
- d) Evdoks

4. A jón iskola alapítója ...

- a) Pitagorasz
- b) Thales
- c) Anaxogor
- d) Evdoks

5. A kimerítési módszer alapítója ...

- a) Pitagorasz
- b) Thales

- c) Anaxogor
- d) Evdoks

6. Euklidész fő munkája a "_____"

7. A logika megalapozója ...

- a) Arisztotelész
- b) Hippokratész
- c) Evdoks

8. A "matematika" kifejezés a görög "math" szóból származik, jelentése: ...

- a) Számítások, mérések
- b) Tudás, tudomány
- c) Tanuljon meg számolni
- d) Műveltség, intelligencia

9. A differenciálás és integrálás általános módszerét a 17. század második felében fedezték fel ...

- a) Bernoulli
- b) Newton
- c) Euler
- d) Leibniz

10. A nem euklideszi geometria megalapozója ...

- a) Euklidész
- b) Lobachevsky
- c) Descartes
- d) Euler

11. Az ókori egyiptomi matematikai tevékenység bizonyítéka

- a) "Rhind Papyrus"

- b) Brit múzeum papiruszai
- c) Ramszesz Papyrus
- d) Kheopsz Papyrus

12. Ki találta fel az ékírást?

- a) sumérok
- b) Nagy Sándor
- c) pitagoreusok
- d) egyiptomiak

13. Mikor érte el csúcspontját a babiloni matematika?

- a) XIX sz. i.e.
- b) XIX sz
- c) XXI sz i.e.
- d) XXI sz

14. Mi nem szerepelt a filozófia komponenseként?

- a) elméleti elméleti bírósági jog
- b) geodézia
- c) alkalmazott geometria
- d) logisztika

15. Mi nem tartozik a 3 híres ősi feladatok közé?

- a) kör hossz
- b) kör négyszögesítés
- c) szögharmadolás
- d) kockakettőzés

16. Melyik nem tartozik az ókori Görögország fő iskolái közé?

- a) Védikus iskola
- b) Jón

- c) Pitagorasz
- d) Athéni

17. Mivel nem foglalkoztak a püthagoreusok?

- a) rabszolgaság
- b) csillagászat
- c) geometria
- d) harmónia

18. Paradoxon-Ógörög παράδοξος jelentése:

- a) váratlan, furcsa;
- b) logikus
- c) deduktív
- d) induktív

19. VI sz. i.e. Indiában elterjedtek voltak a ...

- a) „brahma” számok
- b) „véda” számok
- c) "pi" számok
- d) „szútra” számok

20. Ki nem definiálta a függvény fogalmát?

- a) Diophantus
- b) Descartes
- c) Newton
- d) Leibniz

Тестові завдання

1. Для запису чисел використовували клини ...

- а) Стародавній Китай
- б) Стародавній Єгипет
- в) Стародавній Вавилон
- г) Римська імперія
- д) Стародавня Індія

2. Спочатку встановили число...

- а) Стародавня Індія
- б) Стародавня Греція
- в) Стародавній Вавилон
- г) Римська імперія

3. Перші доведення:

- а) Піфагор
- б) Фалес
- в) Анаксогор
- г) Євдокс

4. Засновник іонійської школи ...

- а) Піфагор
- б) Фалес
- в) Анаксогор
- г) Євдокс

5. Засновник методу вичерпання ...

- а) Піфагор
- б) Фалес

в) Анаксогор

г) Євдокс

6. Основний твір Евкліда «_____»

7. Заклав основи логіки ...

а) Аристотель

б) Гіппократ

в) Євдокс

8. Термін «математика» походить від грецького слова «math», що означає:

...

а) Розрахунки, вимірювання

б) Знання, наука

в) Навчіться рахувати

г) Грамотність, кмітливість

9. Загальний метод диференціації та інтегрування був відкритий у другій половині 17 століття ...

а) Бернуллі

б) Ньютон

в) Ейлер

г) Лейбніц

10. Засновник неевклідової геометрії ...

а) Евклід

б) Лобачевський

в) Декарт

г) Ейлер

11. Що свідчить про давньоєгипетську математичну діяльність?

- a) «папірус Райнда»
- b) папірус Британського музею
- c) папірус Рамсеса
- d) папірус Хеопса

12. Хто винайшов клинописне письмо?

- a) шумери
- b) Александр Македонський
- c) піфагорійці
- d) єгиптяни

13. Коли досягла найвищого розквіту вавилонська математика?

- a) у XIX ст. до н. е.
- b) у XIX ст. н. е.
- c) у XXI ст. до н. е.
- d) у XXI ст. н. е.

14. Що не входило як складові у філософії

- a) теоретична судна справа
- b) геодезія
- c) прикладна геометрії
- d) логістика

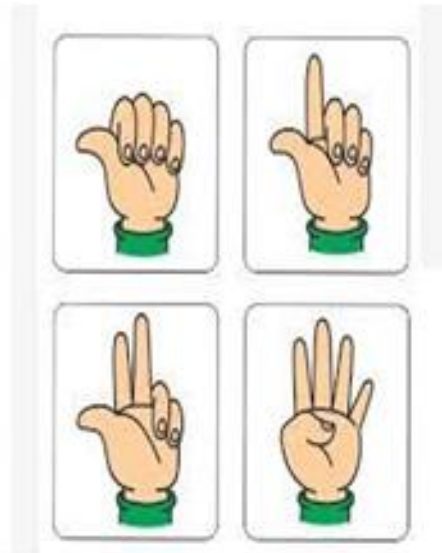
15. Наведено 3 знамениті стародавні завдання. Знайдіть неправильний відповідь:

- a) завдання про довжинку кола
- b) задача про квадратуру кола;
- c) завдання про трисекції кута;
- d) завдання про подвоєння куба.

16. Основні школи Стародавньої Греції. Знайдіть неправильну відповідь:
- a) ведична школа
 - b) іонійська
 - c) піфагорійська
 - d) афінська
17. Чим не займалися піфагорійці ?
- a) рабовласництвом
 - b) астрономією,
 - c) геометрією,
 - d) гармонією
18. Парадокс від давньогрецького παράδοξος означає:
- a) несподіваний, дивний
 - b) логічний
 - c) дедуктивний
 - d) індуктивний
19. В Індії була поширена десяткова система числення -це
- a) числа "брахми".
 - b) числа "веди".
 - c) числа "пі".
 - d) числа "сутра".
20. Хто не дав визначення поняття функції
- a) Діофант
 - b) Декарт
 - c) Ньютона
 - d) Лейбніц

A számábrázolás és számolás megjelenése:

- Ujjakon való számlálás
- Pálcikák használata
- Rovások használata



Ishango csont:

Ez i. e. 20000 környékéről származik. Egy gyakori értelmezés szerint ez a csont az egyik legkorábbról ismert példája a prímszámok sorozatának és az ókori egyiptomi szorzásnak.



Hasonló elvű, kvino-decimális hieroglifikus számírásmód

5	4	3	2	1
1000	500	100	50	10

Babiloni számok ékírással:

	1		11		21		31		41		51
	2		12		22		32		42		52
	3		13		23		33		43		53
	4		14		24		34		44		54
	5		15		25		35		45		55
	6		16		26		36		46		56
	7		17		27		37		47		57
	8		18		28		38		48		58
	9		19		29		39		49		59
	10		20		30		40		50		

Moszkvai papirusz:

25 feladat van a számolási feladatok bemutatására, az egyszerű egyenletek megoldására, a terület- és térfogatszámításra.

Egyiptomi matematika csúcsteljesítménye: a csonkagúla térfogatának kiszámítása.



A **Rhind-papirusz** (i. e. 1650) egy másik fontos óegyiptomi matematikai szöveg, egy útmutató kézikönyv az aritmetikához és a geometriához



Irodalomjegyzék

Список використаних джерел

1. Бевз В. Г. Індивідуальні завдання для контрольної роботи з історії математики / В. Г. Бевз, Т. Л. Годованок. – К. : НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2008. – 32с.
2. Бевз В. Г. Історія математики: тестові завдання для контролю знань / В. Г. Бевз. – К. : НПУ імені М.П.Драгоманова, 2004. – 18 с.
3. Бесов, Л.М. (2004). Історія науки і техніки. Харків НТУ, 382.
4. Біліченко В. Г. Історія вітчизняної теорії ймовірностей та математичної статистики / В. Г. Біліченко, З. Ю. Філер. – Кіровоград : РВЦ КДПУ, 1999. – 52 с.
6. Вивальнюк Л. М. Елементи історії математики: навч. пос. / Л. М. Вивальнюк, М. Я. Ігнатенко. – К. : ІЗМН, 1996. – 180 с.
7. Семрад О. О. Історія науки : навчальний посібник. Ужгород : ПоліПрінт, 2009. 152 с. (угорською мовою).
8. Шестопад О. В. Історичні хвилинки як дієвий засіб мотивації до вивчення математики. 2014. URL: http://acup.poltava.ua/?page_id=84
9. A tudományos gondolkodás története : előadások a természettudományok és a matematika történetéből az ókortól a XIX. sz. / szerk. Ropolyi László, Szegedi Péter. Budapest, 1999. 333 p.
10. Kolmogorov A. N., Yushkevich A. P. (Eds.). Mathematics of the 19th century: Function theory according to Chebyshev; ordinary differential equations; calculus of variations; theory of finite differences. Basel : Birkhäuser, 1998. X, 353 p.
11. Mankiewicz R. Matematika históriája / a fordítást átd. és szerk. Pataki János. Budapest : HVG Kv., 2003. 467 p.
12. Penrose R. A császár új elméje. Számítógépek, gondolkodás és a fizika törvényei. 2. kiadás. Budapest : Akadémiai Kiadó, 2016. 573 p. URL: 13.

https://mersz.hu/keres/matematika+t%C3%B6rt%C3%A9net/hivatkozas/m89acsue_120_p20/#m89acsue_120_p20

14. Ribnyikov K. A matematika története. Budapest : Tankönyvkiadó, 1968. 486 p.

15. Roslova L. O., Bachurina M. A. Mathematical education content in the context of mathematical literacy. EEIA 2019. International Conference “Education Environment for the Information Age”. 2019. P. 673–681. DOI: <https://doi.org/10.15405/epsbs.2019.09.02.77>

Допоміжна література

1. Mesarosh, L. (2022). The role and place of the discipline History of mathematics in the 21st century. ScienceRise: Pedagogical Education, 4 (49), 35–39. doi: <http://doi.org/10.15587/2519-4984.2022.261307>
2. Месарош Л. Еволюція становлення дисципліни історії математики через аналіз вітчизняних та зарубіжних літературних джерел. Освіта. Інноватика. Практика, 2023. Том 11, № 5. С. 45-51. DOI: 10.31110/2616-650X-vol11i5-007
3. Месарош Л. В. Місце історичного матеріалу в процесі навчання математики. Науковий вісник ужгородського університету. Серія Педагогіка. Соціальна робота. Збірник наукових праць. Випуск 1(54) Ужгород – 2024. 120-123.
4. Месарош Лівія Василівна. Роль історико-математичної освіти у формуванні фахових компетентностей майбутніх вчителів математики. «Науковий часопис національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи» № 97. 2024. 90-93-
5. Месарош Л.В. Формування наукового світогляду студентів на основі історичної взаємодії фізики та математики. Наука і техніка сьогодні. 2026. № 4(58). С. 1863-1872 . [https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-4\(58\)](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-4(58))

ЗАЯВА

про невикористання засобів штучного інтелекту

Я, Месарош Л.В. к. ф. – м. н., доцента кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського університету імені Ференца Ракоці II укладач Методичних вказівок з дисципліни «Історія математики», засвідчую, що під час підготовки, написання та редагування зазначених методичних вказівок засоби та технології штучного інтелекту не використовувалися.

Текст, зміст, структуру, навчально-методичні матеріали, формулювання та висновки підготовлено автором самостійно на основі опрацьованої наукової, навчальної та довідкової літератури.

Автор несе відповідальність за достовірність наведених у виданні відомостей, правильність цитування та оформлення використаних джерел.

Лівія Месарош – кандидат фізико – математичних наук,
доцент кафедри математики та інформатики
Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II

2026.09.01.



Методичні вказівки призначені для студентів 1-го курсу другого (магістерського) рівня вищої освіти, які навчаються за освітньою програмою «А4. Середня освіта. Математика». Видання містить систематизований навчальний матеріал з дисципліни «Історія математики», структурований за тематичним принципом відповідно до освітньо-професійної програми, навчального плану та робочої програми дисципліни. Матеріали спрямовані на формування цілісного уявлення про становлення та розвиток математичних знань, основні етапи розвитку математики, її провідні напрями та внесок видатних учених у розвиток математичної науки.

Затверджено до використання у навчальному процесі
на засіданні кафедри математики та інформатики ЗУУ ім. Ф.Ракоці II
(протокол №1 від 24 серпня 2026 року)

Розглянуто та рекомендовано Радою із забезпечення якості вищої освіти
Закарпатського угорського університету імені Ференца Ракоці II
(протокол № від «22» вересня 2026 року)

Рекомендовано до видання у електронній формі (PDF)
рішенням Вченої ради Закарпатського угорського університету імені Ференца
Ракоці II
(протокол № від «23» вересня 2026 року)

Укладач методичних вказівок:

Лівія Месарош – кандидат фізико – математичних наук, доцент кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського університету імені Ференца Ракоці II

Рецензенти:

Стойка Мирослав Вікторович – кандидат фізико – математичних наук, доцент, зав. кафедри математики та інформатики Закарпатського угорського університету імені Ференца Ракоці II

Шафраньош Мирослав Іванович, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри ФМД. ДВНЗ «УжНУ»

За зміст методичних вказівок відповідальність несуть розробники.

Видавництво: Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II (адреса: пл. Кошута 6, м. Берегове, 90202. Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua)

© Лівія Месарош, 2026
© Кафедра математики та інформатики ЗУІ ім. Ф.Ракоці II, 2026